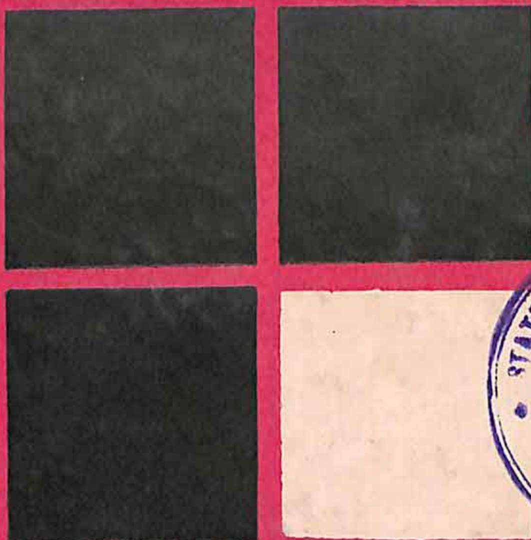
সিদ্ধার্থ ঘোষ



নিয়ম ভেঙে অংক



সিদ্ধার্থ ঘোষ

নিয়ম ভেঙে অঙ্ক

গ্রন্থপ্রকাশ
১৯, শ্যামাচরণ দে স্ট্রীট | কলকাতা-৭০০০৭৩

প্রথম প্রকাশ
নভেম্বর ১৯৭৮

NIYAM BHENGE ANKA

By **Sidhartha Ghosh**

A book on rapid methods of calculation and multiplication without tables.

প্রকাশক : ময়ূখ বসু
গ্রন্থপ্রকাশ
১৯, শ্যামাচরণ দে স্ট্রীট
কলকাতা-৭০০০৭৩

মুদ্রাকর : অজিত কুমার সামই
ঘাটাল প্রিন্টিং ওয়ার্কস্
১/১এ, গোয়াবাগান স্ট্রীট
কলিকাতা-৭০০০০৬

প্রচ্ছদ : প্রণবেশ মাইতি

দাম : সাত টাকা

নামতা ছাড়া গুণ
আর
ঝড়ের বেগে গুণ
এই নিয়েই
নিয়ম ভেঙে অঙ্ক

আমার দাদাভাই
ইঞ্জিনীয়ার ও স্থপতি
শ্রীকালিদাস রায়কে
দিলাম

লেখকের অন্য বই

কু-ঝিক্-ঝিক্ রেলগাড়ি

অঙ্ক আতঙ্ক নয়

মজার খেলা অঙ্ক

যুক্তি বুদ্ধি আই-কিউ

সূর্য থেকে শক্তি

বিস্ময় নয় বিজ্ঞান

নিয়ম আর
নিয়ম ভাঙার কথা

আমরা কেউ গান শুনতে ভালবাসি, কেউ ভালবাসি সিনেমা দেখতে, কেউ থিয়েটার যায় আবার কেউ গল্পের বইয়ে মশগুল হয়ে থাকে। কিন্তু অঙ্ক কষতে ভালবাসে এমন লোকের কথা কি কেউ শুনেছে? অঙ্কের মাস্টার মশাইরা অবশ্য মাঝে মাঝে সেকথা বলেন, কিন্তু তা নিয়ে কেউ মাথা ঘামায় না। সবাই ভাবে অঙ্ক নিয়ে মাস্টার মশাইকে তো থাকতেই হবে, তাই কোনো উপায় নেই বলেই তিনি বলেন, অঙ্ক কষতে ভাল লাগে। অঙ্কের মধ্যে ভাললাগার আছেটা কী? সত্যিই তো—ভারী কঠিন প্রশ্ন! কিন্তু প্রশ্নটা যতই কঠিন হোক, উত্তরটা পাবার জন্যে আমরা চেষ্টা করতে পারি। অঙ্কের কথা ছেড়ে একবার তাহলে গানের কথায় আসতে হয়। রবিশংকরের নাম তো সবাই জানো। রবিশংকর সেতার বাজালে একটা টিকিটের জন্যে লোকে মারপিট বাঁধিয়ে দেয়। কিন্তু এমন অনেক লোকও আছে যে জীবনে কোনদিন রবিশংকরের বাজনা শোনার জন্যে একটুও মাথা ঘামায়নি। এই রকম একজন লোক খুব সহজেই প্রশ্ন করতে পারে, এই টুঙ-টাঙের মধ্যে আবার ভাল লাগালাগির কি আছে? এই প্রশ্নেরও জবাব দেওয়া কঠিন। শুধু বলা যেতে পারে যে, আপনি কি কোন দিন রবিশংকরের বাজনা শুনেছেন? তাহলে শুনেই দেখুন ভাল লাগে কিনা। ভাল-লাগবেই, এমন কথা জোর দিয়ে নিশ্চয় বলা যায় না, কিন্তু লাগতেও পারে। ঠিক একই ভাবে অঙ্কের বেলাতেও একই কথা খাটে। আগে আমাদের পরীক্ষা করে দেখা উচিত অঙ্ক ভাল লাগে কি

লাগেনা। কিন্তু পরীক্ষাটা হবে কি ক'রে? ইস্কুলে যেই পড়েছে সেই তো অঙ্ক কষেছে এবং কারুরই ভাল লাগেনি। এরপর কি আরো দেখার কোন কারণ আছে বা সে উপায় আছে? হ্যাঁ, আছে —নিশ্চয় আছে। ইস্কুলে অঙ্ক কষা আর একজন আনাড়ী লোকের হাতে সেতার বাজনা শোনা একই ব্যাপার। এই বিচ্ছিরি বাজনা শোনার পর কেউ যদি বলে সেতার বাজনাটাই খারাপ তাহলে খুব ভুল করবে। সাত-সকালে নাকে মুখে দু'টো ভাত গুঁজে ইস্কুলে ছোটার সময় সবাই বলে, খেতে ইচ্ছে করছে না। তার মানে কি এই যে, রসগোল্লা পেলেও তার খেতে ইচ্ছে করবে না? অঙ্কের বেলায়ও একই ব্যাপার। ইস্কুলের পড়ার বইয়ে অঙ্কের সঙ্গে আমাদের যেটুকু পরিচয় সেটা সত্যিই বড় বিচ্ছিরি। পাটিগণিতের সংখ্যাগুলো দস্যুর মতো দাঁত খিঁচিয়ে দাঁড়িয়ে থাকে আর জ্যামিতির রেখাগুলো শাঁকচুন্নির মতো দোল্ খায়। এদের সঙ্গে কোনরকম বন্ধুত্ব করা অসম্ভব। পরীক্ষায় পাশ না করলেই নয় তাই বাধ্য হয়ে খানিকটা সম্পর্ক রাখতেই হয়। এই জন্যেই তো অঙ্কের ওপর আমাদের এত রাগ। অথচ কী মজা, খাওয়া দাওয়ার ব্যাপারে কিন্তু আমরা একটুও অবাধ্য হইনা। ভাল লাগুক বা না লাগুক খেতে আমাদের হয়ই, আর তা নিয়ে আমরা রাগও করিনা। অঙ্ক কষতে বাধ্য হওয়ার পিছনেও ঠিক এমনি অনেক প্রয়োজন আছে। প্রয়োজন পড়েছিল বলেই অঙ্ক-র জন্মও হয়েছিল। শুনলে অবাক হয়ে যাবে যে মিশরের পিরামিড তৈরি হয়েছিল খৃষ্ট জন্মেরও দু' হাজার বছর আগে। যে কোনো ঘরবাড়ির মতোই পিরামিড তৈরি করার সময়েও জ্যামিতির প্রয়োজন পড়েছিল। সমকোণ কাকে বলে না জেনেও মিশরীয়রা জমির ওপর একেবারে খাড়া করে (অর্থাৎ সমকোণে) দেওয়াল গাঁথার কৌশল বার করেছিল। তারা তিনটে কাঠি নিত—একটা ৩ ফুট, একটা ৪ ফুট আর একটা ৫ ফুট লম্বা। এই কাঠিগুলোকে মুখে মুখে ঠেকিয়ে মাটির ওপর রাখলে

যে ত্রিভুজটি তৈরি হয় সেটি সমকোণী ত্রিভুজ। তার মানে এখানে তিন ফুট ও চার ফুট লম্বা কাঠি দু'টোর মাঝের কোণটা হয় নব্বই ডিগ্রি (সমকোণ)। মজার ব্যাপার হচ্ছে যে, কেন এই ত্রিভুজটা সমকোণী হচ্ছে তার ব্যাখ্যা তারা জানতো না। মিশরীয়রা পিরামিড বানানোর পর দু' হাজার বছর পর্যন্ত তাদের এই আবিষ্কার অজানা থেকে গেছল। ইউক্লিড শেষ পর্যন্ত আজ থেকে প্রায় আড়াই হাজার বছর আগে এর ব্যাখ্যা পেশ করেন। বুঝতেই পারছো, জ্যামিতির সঙ্গে ইউক্লিডের মতো অঙ্কের পণ্ডিতের যতটা যোগাযোগ, একজন রাজমিস্ত্রির সঙ্গেও ঠিক ততটাই। আমাদের বাস করার উপযোগী আস্তানা চাই, রাজমিস্ত্রি সেই আস্তানা গড়ে, আস্তানা গড়তে অসুবিধে হলে অঙ্কের দরকার পড়ে, আর সেই অঙ্কের ব্যাখ্যা হাজির করে অঙ্কের পণ্ডিতরা। কেউ যদি প্রশ্ন করে, অঙ্কের পণ্ডিত যদি ব্যাখ্যা না দিত তাহলে কি ক্ষতি হত? মিশরীয়রা তো অঙ্কের পণ্ডিতকে বাদ দিয়েই দিব্যি পিরামিড বানিয়ে ফেলেছিল। পিরামিড হয়তো বানিয়ে ফেলেছিল কিন্তু তারপরে অঙ্কের পণ্ডিতরা যদি এগিয়ে না আসত তারা নিশ্চয় আজকের মতো সুন্দর-সুন্দর শক্ত-সমর্থ ঘরবাড়ি তৈরির কাজ করতে পারতো না। এই জন্যেই আমাদের রাজমিস্ত্রির মতো অঙ্কের পণ্ডিতদেরও প্রয়োজন হয়। সত্যি কথা বলতে রাজমিস্ত্রি ও ছুতোর মিস্ত্রিদের প্রয়োজনে ও জমি জরিপ করার জন্যে জ্যামিতির জন্ম হয়। তারপর দর্জি, জ্যোতির্বিজ্ঞানী আর মহাকাশচারীদের নিত্য নৈমিত্তিক তাগিদ থেকেই তার যত উন্নতি।

মজার কথা এখনো ফুরোয়নি। অঙ্ককে শুধু পড়ার বইয়ের মধ্যে আটকে ফেলার জন্যে যে ফ্যাসাদ বেধেছিল তাতে শুধু তোমাদের মতো ইস্কুলের পড়ুয়ারাই বিপদে পড়েনি। বাঘা বাঘা অঙ্কের পণ্ডিতরাও প্রচুর ঘোল খেয়েছে। শুধু চার দেওয়ালের মধ্যে বসে অঙ্কের পণ্ডিতরা বড্ড বেশী হিজিবিজি খেলা জুড়ে দিয়েছিল।

তারা ভুলেই বসেছিল অঙ্কের আসল প্রয়োজনটা কোথায়। সেই ২৫০০ বছর আগে ইউক্লিডের পর থেকেই শুরু হয়েছিল তাদের এই খেলা। হ্যাঁ—খেলাই বলতে হবে, কারণ ইউক্লিড যে নিয়মগুলো তৈরি করে দিয়েছিলেন কেউই তার বিরোধিতা করার কথা ভাবতে পারেনি। কথাটা শুনতে অবাক লাগে কিন্তু অবাক হবার মতো কিছু নেই। আমরা সবাই জানি, একটা বল নিয়ে ফুটবল খেলা হয়। কিন্তু কেউ কি কখনো প্রশ্ন করে যে, একটা বল না নিয়ে দু'টো বল দিয়ে খেললে কি হয়? এমন কথা বললে সবাই হো-হো ক'রে হাসবে। হাসার কিন্তু কোনো কারণ নেই। ইচ্ছে করলেই এমন কতকগুলো নিয়ম তৈরি করে নেওয়া যায় যাতে দু'টো বল দিয়েও মোহনবাগান-ইস্টবেঙ্গলের শীল্ড ফাইনাল খেলানো চলে। হারজিতও নির্ধারণ করা যায়। ইউক্লিডের জ্যামিতির এই নিয়মগুলোকে স্বতঃসিদ্ধ বলা হয়। স্বতঃসিদ্ধও যা মুনিঋষিদের আপ্তবাক্যও তাই। স্বতঃসিদ্ধ নিয়ে প্রশ্ন করা চলেনা। ধরে নিতে হয় এটা ঠিক—নির্ভুল। পুরো জ্যামিতির ব্যাপারটা এই রকম কতকগুলো স্বতঃসিদ্ধ মেনে চলছিল ইউক্লিডের কাল থেকে। তাতে কাজকর্মের দিক্ থেকে বেশ কিছু সুবিধে নিশ্চয় হয়েছিল কিন্তু সব অসুবিধে কাটানো যায়নি। ইউক্লিড বলে গেছলেন যে, দুটি রেখাকে যদি আরেকটি রেখা ছেদ করে ও অন্তর্ভূক্ত কোণ দুটির সমষ্টি ১৮০ ডিগ্রি হয়, তাহলে রেখাদুটি সমান্তরাল হবে। অর্থাৎ এই রেখা দুটিকে যতই বাড়ান যাক্ তারা কখনোই মিলিত হবে না। ইউক্লিডের পর দু'হাজার বছর ধরে 'জ্যামিতি-শাস্ত্র' তাঁর বাণী বিনা প্রশ্নে মেনে চলতে বাধ্য হয়েছে, কারণ পণ্ডিতরা হাজার চেষ্টা করেও কোনোভাবেই এটি প্রমাণ করতে পারেননি। এটাকে প্রমাণ করতে হলে মেনে নিতে হয় ত্রিভুজের তিনটি কোণের সমষ্টি ১৮০ ডিগ্রি। কিন্তু ত্রিভুজের তিনটি কোণের সমষ্টি যে ১৮০ ডিগ্রি—সেটা আবার কী করে প্রমাণ করা যাবে? যাবে না, কারণ ইউক্লিডের ওই স্বতঃসিদ্ধের

সাহায্য নিয়েই প্রমাণ করা হয়েছে যে ত্রিভুজের তিনটি কোণের সমষ্টি ১৮০ ডিগ্রি।

এবার বুঝতে পারছ নিশ্চয় অঙ্কের ব্যাপারটা মোটেই পণ্ডিতদের খেয়ালখুশীর ব্যাপার নয়। বিনা প্রশ্নে মেনে নেবার জিনিস নয়। অঙ্কের পণ্ডিতরা যতদিন না বন্ধ ঘরের দরজা খুলে আবার বাস্তব জগতে পা দিয়েছেন, যতদিন না খোলা মনে বাস্তবের সঙ্গে পরীক্ষা করে মিলিয়ে নিতে চেয়েছেন পুরোনো স্বতঃসিদ্ধগুলো—জ্যামিতি এতটুকু এগোতে পারেনি। একটা গোলক-ধাঁধার মধ্যে মাথা কুটে মরেছে।

শেষ পর্যন্ত রুশ পণ্ডিত লোবাচেব্স্কি প্রথম এই সমস্যার সুরাহা করলেন। তিনি ইউক্লিডের জ্যামিতির স্বতঃসিদ্ধগুলো বাদ দিয়েই তৈরি করলেন এক নতুন জ্যামিতি। লোবাচেব্স্কির জ্যামিতিতে একটি ত্রিভুজের তিনটি কোণের সমষ্টি সব সময়েই একশো আশি ডিগ্রির বেশী হবে। না, না, আঁতকে ওঠার কোন কারণ নেই। তাহলে ইউক্লিড যখন বলেছিলেন ত্রিভুজের তিনটি কোণের সমষ্টি একশো আশি ডিগ্রি, তখনো আঁতকে ওঠা উচিত ছিল। আসলে লোবাচেব্স্কি শুধু ইউক্লিডের স্বতঃসিদ্ধ অনুযায়ী জ্যামিতি খেলতে চাননি। তিনি জ্যামিতি খেলার অন্য একটা পদ্ধতি স্থির করেছিলেন। শুধু তাই নয়, লোবাচেব্স্কির জ্যামিতির নিয়মগুলো যে যা-হোক একটা কিছু নয়, আবোল-তাবোল ব্যাপার নয়, সেটাও প্রমাণ হয়ে গেছে। এই নতুন জ্যামিতি শুধু নতুনত্ব নিয়েই আসেনি, বাস্তব জগতের সঙ্গে জ্যামিতির যোগাযোগকে ঘনিষ্ঠতর করেছে। আইনস্টাইনের গবেষণা থেকেই সেই প্রমাণ পাওয়া গেছে। এখন বোঝা গেছে যে, মাপজোপ করার সময় এতদিন আমরা গতির কথাটা ধরতাম না বলেই সবকিছু গণ্ডগোল হয়ে যেত। ব্যাপারটা বুঝতে তেমন কোনো অসুবিধে নেই। ধরা যাক্, আমায় একটা স্কেল দিয়ে বলা হল, যাও তো—হাওড়া স্টেশনে

গিয়ে দিল্লী কাল্‌কা মেল্‌টা কতটা লম্বা মেপে নিয়ে এসো। স্টেশনে পৌঁছে সবে মাপতে যাচ্ছি, এমন সময় ট্রেনটা দিল ছেড়ে। স্কেলের সামনে দিয়ে হুশহুশ করে ছুটে গেল ট্রেনটা। মাপবো কি করে? এবার নিশ্চয় বুঝতে পারছ যে মাপ নিতে হলে গতির কথাটা মাথায় রাখতে হবে। স্কেল (যা দিয়ে মাপ নিচ্ছি) আর যার মাপ নিচ্ছি, এই দু'ইয়ের মধ্যে গতির সম্পর্কটা না জানলে কিছুই জানা যাবে না। ইউক্লিডের কাল থেকে শুধু স্থান নিয়েই আমরা চিন্তা করেছি—আইনস্টাইনই প্রথম দেখালেন যে তার সঙ্গেই সময়ের বিচারটাও জুড়তে হবে। পরীক্ষা করে প্রমাণ পাওয়া গেছে যে গতি বাড়া-কমার সঙ্গে দৈর্ঘ্যেরও কম-বেশী হয়, আইনস্টাইনের এই সিদ্ধান্ত নির্ভুল।

অঙ্কবিদ্যার জন্ম হয়েছিল মানুষের বাস্তব জীবনের প্রয়োজন থেকে। বাস্তব জগতকে বোঝবার সুবিধের জন্যে কতকগুলো নিয়ম তৈরি করে নেওয়া হয়েছিল। কিন্তু পরবর্তী কালে আমরা এই আসল কথাটা ভুলে গিয়ে নিয়মগুলোকেই চিরসত্য ভেবে বসে-ছিলাম। আইনস্টাইন এই ভাবনা ভেঙে দিলেন। তিনি পরীক্ষা করে দেখিয়ে দিলেন নিয়মগুলোর মধ্যে গলদ আছে। অঙ্কর সঙ্গে আবার বাস্তব জগতের যোগাযোগ ঘটল। বিনা পরীক্ষায় কোনো কিছুকেই স্বতঃসিদ্ধ বলে ধরে নেওয়া চলবে না। আগেও বলেছি অঙ্ক একটা যুক্তির খেলা। উদ্দেশ্য জগতটা চিনতে শেখা। তাই বলে খেলার নিয়মগুলো তো আর যা-খুশী ঠিক করে নিলে চলবে না। এতদিন সেই ভুলই হয়েছিল, তাই আইনস্টাইন যেই নিয়মগুলোকে পরীক্ষা করে খুঁটিয়ে দেখতে গেলেন, বেরিয়ে পড়ল গলদ।

পুরোনো দিনের পণ্ডিতরা নিজেরাই কেমন নিজেদের তৈরী নিয়মের জালে জড়িয়ে পড়তেন তার একটা মজার গল্প বলি। খৃষ্ট-জন্মের আগে কিছু গ্রীক্‌ পণ্ডিত বায়না ধরেছিলেন জ্যামিতির সমস্যা

সমাধানের জন্য কম্পাস আর স্কেল ছাড়া অন্য কোন যন্ত্র ব্যবহার করা চলবে না। তাতে জ্যামিতির পবিত্রতা নষ্ট হবে। জ্যামিতি আর জ্যামিতি থাকবে না। এক কথায় তাঁরা জ্যামিতি খেলার সময় স্কেল ও কম্পাস বাদে অন্য কিছু ব্যবহার করা নিষিদ্ধ করে দিয়েছিলেন। এর ফলটা কি হয়েছিল জানো? দু' হাজার বছর ধরে পণ্ডিতরা শুধু ঘোল খেয়ে গেল নীচের সমস্যা তিনটি মেটাবার জন্য—

এক॥ একটি কোণকে সমান তিন ভাগে ভাগ করার সমস্যা।

দুই॥ একটি বৃত্তের আয়তনের সমান করে একটি বর্গক্ষেত্র গঠন করার সমস্যা।

তিন॥ একটি ঘনকের (কিউব) আয়তনের দ্বিগুণের সমান করে আরেকটি ঘনক গঠন করার সমস্যা।

শেষ পর্যন্ত উনবিংশ শতাব্দীতে এসে প্রমাণিত হল যে ওপরের সমস্যা তিনটির একটিও ওইভাবে সমাধান করা সম্ভব নয়।

এইটাই হচ্ছে এলোপাথারি নিয়ম তৈরি করার বিপদ। নিজেদের তৈরি নিয়ম দিয়েও তখন আর খেলা চালানো যায় না।

কোনো প্রশ্ন না-করে, পরীক্ষা না-করে কিছুই মেনে নেওয়া উচিত নয়, এইটাই সবচেয়ে বড় শিক্ষা। অথচ এরকম কতকিছু যে আমরা মেনে নিই তার লেখাজোখা নেই। একটা রেখার কথাই ধরা যাক্। আমরা পড়েছি, রেখা মানে যার দৈর্ঘ্য আছে প্রস্থ নেই। ব্যাপারটা কিরকম হল? প্রস্থ নেই এমন কিছু কি হতে পারে? পেন্সিলের শিসটা যত সরু করে কেটেই রেখা টানো তারও একটা প্রস্থ থাকবে। তাহলে? এই তাহলের কোনো উত্তর নেই অঙ্কের পণ্ডিতদের কাছে। কিন্তু পদার্থবিজ্ঞানীকে জিজ্ঞেস করো, তিনি বলবেন, রেখা হচ্ছে আলোক রশ্মির গতিপথ। পরীক্ষা করে দেখিয়েও দেবেন তাঁরা। নানা বিদকুটে প্রশ্ন নিয়ে তোমাদের জ্বালিয়েছি এতক্ষণ। এবার আসা যাক কাজের কথায়।

আচ্ছা, তোমরা কি কোনদিন প্রশ্ন করেছো, নামতা কেন প্রয়োজন ? গুণ-ভাগ করার জন্যে এই বিশ্রি রাশিরাশি নামতাগুলোকে মুখস্থ না করলে চলে কিনা, ভেবে দেখেছ কি ? আজকাল অনেক মেশিনে গুণ-ভাগ হয়ে যায় এ আমরা সবাই জানি। কম্পিউটার মেশিন আছে, বাটার দোকানে জুতো কেনার পর ক্যাশমেমোয় টাকা-পয়সা যোগ দেবার মেশিন আছে, জামার বুক্-পকেটে সেঁধিয়ে যাবার মতো ছোট-ছোট ক্যাল্‌কুলেটারও আছে। কিন্তু মেশিনের কথা বাদ দিলে, নামতা ছাড়াও গুণ-ভাগ করা যায়, একথা ভাবা সত্যিই মুস্কিল। তবু কথাটা এতটুকু মিথ্যে নয়। নামতা ছাড়াও গুণ ভাগ করা যায়, আরো তাড়াতাড়ি, আরো সহজে করা যায়। নামতার নিয়ম ভেঙে কি করে গুণ-ভাগ করা যায় ও কে প্রথম এই নিয়ম ভাঙার পথটা দেখাল, 'নিয়ম ভেঙে অঙ্ক'-র পাতায় সেইসব কথাই আছে।

০০০●।১

নামতা ছাড়াই এগারোর গুণ

১৯৪০ সাল।

নাজি কনসেনট্রেশান ক্যাম্পের একটি কারা কুঠরী। সামনে কি পেছনে, ডান দিকে কি বাঁ দিকে—শুধু নিরেট পাথরের দেয়াল। একমাত্র গা-ঘিনঘিনে বিশ্রি একটা গন্ধ এই দেয়ালের বাধা মানে না। তবু কারা-কুঠরিতে একা বসে থাকাটা এত অসহ্য ঠেকত না যদি মনটা না এমন উতলা হত। কিন্তু হাজার হাজার ছবি ভেসে চলেছে দ্বিতীয় বিশ্বযুদ্ধের শিকার জ্যাকাও ট্র্যাখ্‌টেনবার্গের মনের পরদার ওপর দিয়ে ঠিক সিনেমার মতো···

হিটলারের শাসানি। জার্মানী থেকে পালিয়ে আসা। যুগোশ্লাভিয়ার পথে পথে রাতের অন্ধকারে মুখ লুকিয়ে শুধু একটু মাথা গোঁজার জন্যে হন্যে হয়ে ঘুরে মরা। আশ্রয় মেলার পর খরগোশের মতো মুখ লুকিয়ে গর্তে বসে থাকা। তবু জহ্লাদের শকুনী দৃষ্টিকে ফাঁকি দেওয়া যায়নি। হঠাৎ মাঝরাতে একদিন সদর দরজায় ভারি ভারি কালো বুটের দমাদ্দম লাথি—তারপর—বেয়োনেটের সামনে দাঁড়িয়ে কাউন্টেস অ্যালিসের দিকে একবার ফিরে চাওয়া। সঙ্গে সঙ্গে হাতে হ্যাঁচকা টান। ধাক্কার চোটে গাড়ির মধ্যে হুমড়ি খেয়ে পড়া। গাড়ি করে নাজি পুলিস গেস্টাপোদের অফিসে হাজির হওয়া। প্রশ্ন আর প্রশ্ন তারপর ফের যাত্রা। এবার লরির পিঠে। গরু মোষকেও বোধহয় এরকম গাড়ি বোঝাই করে চালান দেওয়া হয় না। তারপর এই কনসেনট্রেশান ক্যাম্প—অত্যাচারীর আখড়া···

ট্র্যাখ্‌টেনবার্গের কাছে এখন সবচেয়ে ভয়ঙ্কর ঠেকে একা বসে

নীরবে সময় গোনা। কে বলবে এই ট্র্যাখ্‌টেনবার্গ এককালের বিখ্যাত ওবুসচফ জাহাজ ঘাঁটির প্রধান ইঞ্জিনীয়ার, যার অধীনে দশ হাজার লোক খেটেছে, দেশ বিদেশ জুড়ে যাঁর খ্যাতি। শুধু যুদ্ধের বদলে শান্তির কথা প্রচার করার অপরাধে তিনি আজ এখানে। ট্র্যাখটেনবার্গ বেশ বুঝতে পারছেন দুঃসহ কতগুলো চিন্তা তাঁকে যেন ক্রমশঃ ছেঁকে ধরছে। তাঁর অসহায় অবস্থাটাকে যেন আরো বেশি করে চোখে আঙুল দিয়ে দেখিয়ে দিচ্ছে। অথচ এই দুর্বলতাকে প্রশ্রয় দেওয়া মানে মৃত্যুর পরোয়ানার কাছে মাথা নোয়ানো। স্ত্রীর কথা মনে পড়ে যায় ট্র্যাখ্‌টেনবার্গের। ধরা পড়ার মুহূর্তে তার চোখে শুধু কান্নাই দেখেননি ট্র্যাখ্‌টেনবার্গ। দেখেছেন দৃঢ় সংকল্প —আমি তোমায় উদ্ধার করে আনবোই আনবো! কাউন্টেস অ্যালিসের ধনসম্পদ এতদিন শুধু বাহারী ফুলের মতো শোভা পেয়েছে, এবার তা সত্যিকার কাজে লাগবে! ট্র্যাখটেনবার্গ মন শক্ত করেন, স্ত্রীর ওপর অনেক আস্থা তাঁর। তাঁকে লড়তেই হবে। আজেবাজে চিন্তার অত্যাচারের হাত থেকে বাঁচবার জন্যে তিনি গুণতে শুরু করেন—এক, দুই, তিন···যতদূর অবধি গোনা যায়।

সময় পেরিয়ে যায়, কিন্তু সে আর কতক্ষণ! একটু বাদেই একঘেয়ে লাগে। মন বসে না। ট্র্যাখ্‌টেনবার্গ যোগ করতে শুরু করেন –এক আর দুয়ে তিন, এক আর দুই আর তিনে ছয়, এক আর দুই আর···

যোগের পর বিয়োগ, মনে মনে বড় বড় গুণ আর ভাগ। সংখ্যার রাজ্যে ঢুকে পড়েন ট্র্যাখটেনবার্গ। ঘণ্টার এর ঘণ্টা কেটে যায়। এমনি খেলতে খেলতেই হঠাৎ এক মজার ব্যাপার ঘটে। এগারো দিয়ে গুণ করছিলেন ট্র্যাখ্‌টেনবার্গ। এগারো একে এগারো, এগারো দুয়ে বাইশ···কিন্তু বড় বড় সংখ্যাগুলোকে মনে মনে গুণ করতে বড্ড অসুবিধে। ট্র্যাখ্‌টেনবার্গ ভাবেন, এমন কি কোন উপায় বার করা যায় না, যাতে নামতা ছাড়াই গুণ করা যায়?

কয়েকটা সংখ্যাকে এগারো দিয়ে গুণ করে দেখতে চান, নামতা ছাড়া আর কি ভাবে এই গুণফল বার করা যায়। ট্র্যাখটেনবার্গ প্রথমে চুয়ান্নকে এগারো দিয়ে গুণ করলেন—

৫৪ (গুণনীয়) × ১১ = ৫৯৪ (গুণফল)

তারপর ছিয়াত্তরকে এগারো দিয়ে—

৭৬ (গুণনীয়) × ১১ = ৮৩৬ (গুণফল)

খানিকক্ষণ সংখ্যাগুলো নিয়ে মনে মনে নাড়াচাড়া করেই তিনি লাফিয়ে উঠলেন। একটা সূত্র পাওয়া গেছে। এগারো দিয়ে গুণ করলে গুণফলের প্রথম অঙ্ক গুণনীয়ের প্রথম অঙ্কের সমান হচ্ছে। যেমন ৫৪-এর প্রথম অঙ্ক ৪ এবং তার গুণফলের প্রথম অঙ্কও তাই। ৭৬-এর প্রথম অঙ্ক ৬, আবার তার গুণফলের প্রথম অঙ্কও তাই।

এ তো গেল গুণফলের প্রথম অঙ্ক। তারপরের অঙ্কগুলো কি ভাবে আসছে? ট্র্যাখ্‌টেনবার্গ সেটাও ধরে ফেললেন কিছুক্ষণের মধ্যেই। গুণফলের দ্বিতীয় অঙ্ক পাওয়া যাচ্ছে গুণনীয়ের প্রথম ও দ্বিতীয় অঙ্ক যোগ করে। যেমন ৫৪-এর বেলায়, পাঁচ আর চারে যোগ করে পাওয়া যাচ্ছে ৯ আর ৭৬-এর বেলায় সাত আর ছয়ে যোগ করে পাওয়া গেছে ১৩। এর থেকে তিনটা নামছে, হাতে থাকছে এক।

গুণফলের শেষ অঙ্কটা কি ভাবে বেরোচ্ছে বুঝতেও দেরি হল না তাঁর। গুণনীয়ের শেষের অঙ্কটাই বসবে গুণফলের শেষের অঙ্ক হিসেবে। তবে হাতে যদি কিছু থাকে সেটা তার সঙ্গে যোগ করে নিতে হবে। যেমন ৫৪-এর বেলায় গুণফলের শেষ অঙ্ক হয়েছে ৫ (হাতে কিছু ছিল না) আর ৭৬ এর বেলায় শেষ অঙ্ক পাওয়া গেছে সাতের সঙ্গে হাতের এক যোগ করে—আট।

আনন্দে ট্র্যাখ্‌টেনবার্গের চোখে যেন ঝিলিক খেলে গেল। অনেক কষ্টে জোগাড় করা হীরের চেয়েও দামী ভাঙা পেন্সিলের ছোট্ট একটা শীস দিয়ে ছেঁড়া এক টুকরো কাগজের ওপর তিনি

আবার মিলিয়ে দেখতে চাইলেন, তাঁর পদ্ধতিটা সব জায়গাতেই খাটছে কিনা। এবার একটা বড় সংখ্যাকে ১১ দিয়ে গুণ করে দেখতে হবে। ট্র্যাখটেনবার্গ ধরলেন—৭৩৫

*

প্রথম ধাপ : ৭৩৫ × ১১→ ৫, যেহেতু ৭৩৫-এর প্রথম অঙ্ক ৫

* *

দ্বিতীয় ধাপ : ৭৩৫ × ১১→ ৮৫, যেহেতু ৫+৩=৮

* * ১

তৃতীয় ধাপ : ৭৩৫ × ১১→ ০৮৫, যেহেতু ৭+৩=১০, ০ নেমেছে হাতে আছে ১

*

চতুর্থ ধাপ : ৭৩৫ × ১১→৮০৮৫, যেহেতু ৭+হাতের ১=৮

ঠিক মিলেছে, তবু শান্তি পান না ট্র্যাখটেনবার্গ। এবার ধরেন—১৭৮৩

*

প্রথম ধাপ : ১৭৮৩ × ১১→৩, যেহেতু ১৭৮৩-এর প্রথম অঙ্ক ৩

* * ১

দ্বিতীয় ধাপ : ১৭৮৩ × ১১→১৩, যেহেতু ৮+৩=১১-র ১ নেমেছে, হাতে আছে ১

* * ১

তৃতীয় ধাপ : ১৭৮৩ × ১১→৬১৩, যেহেতু ৭+৮=১৫-এর সঙ্গে হাতের এক যোগ করে পাওয়া গেছে ১৬, ১৬-র ৬ নেমেছে, হাতে আছে ১

* *

চতুর্থ ধাপ : ১ ৭ ৮ ৩ × ১১→৯৬১৩, যেহেতু ১+৭=৮-এর সঙ্গে হাতের এক যোগ করে পাওয়া গেছে ৯

*

শেষ ধাপ : ১ ৭ ৮ ৩ × ১১→১৯৬১৩, যেহেতু ১৭৮৩-এর শেষ অঙ্ক ১

সংখ্যার রাজ্যে নতুনের সন্ধান পেয়ে ট্র্যাখ্‌টেনবার্গ সব ভুলে গেলেন। নামতাকে অঙ্কের রাজ্য থেকে তাড়াবার জন্যে তিনি কোমর বেঁধে লাগলেন। শুধু এগারোই নয়—এক থেকে বারো পর্যন্ত প্রত্যেকটি সংখ্যা দিয়ে এইভাবে সহজে আর চটপট করে গুণ করার কায়দা তিনি সত্যিই শেষ পর্যন্ত আবিষ্কার করে ফেলেছিলেন। সুইজারল্যাণ্ডের ভিয়েনা শহরের একটা স্কুলে এই পদ্ধতিতেই ছেলেমেয়েদের অঙ্ক শেখানো হয় আজকাল।

তোমাদের সুবিধার জন্যে এই রকম ভাবে এগারো দিয়ে আরো কয়েকটা গুণ করে দেখিয়ে দেওয়া হল নীচে। তবে এবার আর আগের মতো অত কথা লিখে বোঝানো হয়নি। সংক্ষেপে কাজ সারা হয়েছে।

২৯৬৫ × ১১

*

প্রথম ধাপ : ২৯৬৫ × ১১→৫, (প্রথম অঙ্ক)

** ১

দ্বিতীয় ধাপ : ২৯৬৫ × ১১→১৫, (৬+৫ = ১১)

** ১

তৃতীয় ধাপ : ২৯৬৫ × ১১→৬১৫,
(৯+৬=১৫, ১৫+হাতের ১ = ১৬)

** ১

চতুর্থ ধাপ : ২৯৬৫ × ১১→২৬১৫,
(২+৯=১১, ১১+হাতের এক=১২)

*

পঞ্চম ধাপ : ২৯৬৫ × ১১→৩২৬১৫,

(শেষ অঙ্ক ২ + হাতের ১ = ৩)

৮৪১৯ × ১১

*

প্রথম ধাপ : ৮৪১৯ × ১১→৯, (প্রথম অঙ্ক)

** ১

দ্বিতীয় ধাপ : ৮৪১৯ × ১১→০৯, (১ + ৯ = ১০)

**

তৃতীয় ধাপ : ৮৪১৯ × ১১→৬০৯, (৪ + ১ = ৫, ৫ + ১ = ৬)

** ১

চতুর্থ ধাপ : ৮৪১৯ × ১১→২৬০৯, (৮ + ৪ = ১২)

*

পঞ্চম ধাপ : ৮৪১৫→৯২৬০৯, (শেষ অঙ্ক ৮ + ১ = ৯)

৯৮৭৬৫ × ১১

*

প্রথম ধাপ : ৯৮৭৬৫ × ১১→৫, (প্রথম অঙ্ক)

** ১

দ্বিতীয় ধাপ : ৯৮৭৬৫ × ১১→১৫, (৬ + ৫ = ১১)

** ১

তৃতীয় ধাপ : ৯৮৭৬৫ × ১১→৪১৫,

(৭ + ৬ = ১৩, ১৩ + ১ = ১৪)

** ১

চতুর্থ ধাপ : ৯৮৭৬৫ × ১১→৬৪১৫,

(৮ + ৭ = ১৫, ১৫ + ১ = ১৬)

** ১

পঞ্চম ধাপ : ৯৮৭৬৫ × ১১→৮৬৪১৫,

(৯ + ৮ = ১৭, ১৭ + ১ = ১৮)

*

৬ষ্ঠ ধাপ : ৯৮৭৬৫ × ১১→১০৮৬৪১৫,

(শেষ অঙ্ক ৯ + হাতের ১ = ১০)

নামতা ছাড়া বারোর গুণ

ট্র্যাখটেনবার্গ সব ভুলে গেলেন। ভুলে গেলেন তিনি আজ নাজি দস্যুদের কারাগারে বন্দী। ভুলে গেলেন সব অত্যাচারের কথা। আবিষ্কারের আনন্দে সব যন্ত্রণা তুচ্ছ হয়ে গেল। নেহাতই সময় কাটানোর জন্যে তিনি সংখ্যা নিয়ে খেলা জুড়েছিলেন। তারপর হঠাৎ এই আবিষ্কার। এখন তিনি এগারোর নামতাকে বেমালুম বাদ দিয়েও যে-কোন সংখ্যাকে এগারো দিয়ে গুণ করতে পারেন। আর সময়ও লাগে তাতে অনেক কম। অনেক সোজা হয়ে গেছে গুণের ব্যাপারটা।

কিন্তু শুধু এগারোর নামতাকে জব্দ করেই থেমে যাবার পাত্র নন ট্র্যাখটেনবার্গ। এগারোকে ছেড়ে এবার তিনি বারোকে নিয়ে পড়লেন। এমন একটা নিয়ম কি বার করা যাবে না যাতে বারোর নামতা মুখস্থ করার যন্ত্রণার হাত থেকে চিরদিনের মত রেহাই পাওয়া যায়। অনেক সহজে আর তাড়াতাড়ি যাতে গুণ করা যায়? একটা করে সংখ্যা ঠিক করেন ট্র্যাখটেনবার্গ, তারপর তাকে (গুণনীয়কে) বারো দিয়ে গুণ করেন। উনি দেখতে চান, যে-গুণফলগুলো পাওয়া যাচ্ছে তার মধ্যে কোথাও কোন মিল খুঁজে পাওয়া যাচ্ছে কিনা।

ঘণ্টার পর ঘণ্টা কেটে যায় চিন্তায় চিন্তায়। তারপর হঠাৎ যেন বিদ্যুৎ চমকে ওঠে। কী আশ্চর্য! এই সোজা ব্যাপারটাও এতক্ষণ নজরে পড়েনি! বারো দিয়ে যে-কোন সংখ্যাকে (গুণনীয়কে) গুণ করলে গুণফলের প্রথম অঙ্ক, গুণনীয়ের প্রথম অঙ্কের দ্বিগুণ হচ্ছে। ধরা যাক, ১৩২ আমাদের গুণনীয়। তাহলে—

১৩২ × ১২ = ১৫৮৪

এখানে গুণনীয় ১৩২-এর প্রথম অঙ্ক ২ আর গুণফল ১৫৮৪-এর প্রথম অঙ্ক ৪। গুণনীয়ের প্রথম অঙ্ক ২-কে দু'গুণ করলেও ৪ হচ্ছে।

আরেকটা গুণনীয় ধরা যাক—৬৮৭৪

তাহলে—৬৮৭৪ × ১২ = ৮২৪৮৮

এখানেও গুণনীয়ের প্রথম অঙ্ক ৪-কে দু'গুণ ক'রে গুণফলের প্রথম অঙ্ক ৮ পাওয়া যাচ্ছে।

ট্র্যাখটেনবার্গ খুব সহজেই বারো দিয়ে গুণ করার প্রথম নিয়মটা বার করে ফেললেন। এরপর আর তাঁর বেশী সময় লাগেনি গুণ করার বাকি নিয়মটা ধরে ফেলতে। গুণফলের দ্বিতীয় অঙ্কটা পাওয়া যায় গুণনীয়ের দ্বিতীয় অঙ্কটাকে দু'গুণ করে গুণনীয়ের প্রথম অঙ্কের সঙ্গে যোগ দিলে। যেমন ১৩২-এর দ্বিতীয় অঙ্ক ৩-এর দু'গুণ হল ৬। এই ৬ কে ১৩২-এর প্রথম অঙ্ক, অর্থাৎ ২-এর সঙ্গে যোগ দিয়ে পাওয়া গেল—৮। মিলিয়ে দ্যাখো, গুণফলের দ্বিতীয় অঙ্কও ৮।

গুণফলের তৃতীয় অঙ্কটাও ঠিক এই ভাবেই বেরোবে। এবার গুণনীয়ের তৃতীয় অঙ্ককে দু'গুণ করে তার সঙ্গে গুণনীয়ের দ্বিতীয় অঙ্ক যোগ দিতে হবে। যেমন ১৩২-র তৃতীয় অঙ্ক ১-এর দু'গুণ হল ২। এই ২ কে ১৩২-এর দ্বিতীয় অঙ্ক অর্থাৎ ৩-এর সঙ্গে যোগ দিয়ে পাওয়া গেল ৫। এইটাই গুণফলের তৃতীয় অঙ্ক।

এ পর্যন্ত তো বেশ বোঝা গেল। কিন্তু গুণফলের শেষ অঙ্কটা কি ভাবে পাওয়া যাবে? ট্র্যাখটেনবার্গ দেখলেন আগের নিয়মটা এখানেও খাটছে, তবে ব্যাপারটা বোঝার সুবিধের জন্যে গুণনীয়ের আগে একটা শূন্য বসিয়ে নিলে ভাল হয়। যেমন ১৩২-এর বেলায় এই সংখ্যাটাকে আমরা এখন ০১৩২ হিসেবে লিখব। এবার তাহলে গুণফলের শেষ অঙ্ক (এক্ষেত্রে চতুর্থ অঙ্ক) পাবার জন্য শূন্যকে দু'গুণ করে গুণনীয়ের তৃতীয় অঙ্কের সঙ্গে যোগ দিতে হবে। তোমরা নিশ্চয় জানো শূন্যকে যে-কোন সংখ্যা দিয়ে গুণ করলে

গুণফল শূন্যই হয়। তাই ০১৩২-এর বেলায় শূন্যের সঙ্গে ০১৩২-র তৃতীয় অঙ্ক ১-কে যোগ করে আমরা যোগফল পাচ্ছি—১। এইটাই গুণফলের শেষ অঙ্ক। ১৩২-কে ১২ দিয়ে গুণ করার পুরো ব্যাপারটাকে এই ভাবে লিখলে বুঝতে খুব সুবিধে হয়—

*

প্রথম ধাপ : ০ ১ ৩ ২ × ১২ → ৪, যেহেতু ০১৩২-এর প্রথম অঙ্ক ২-এর দু'গুণ হচ্ছে ৪

* *

দ্বিতীয় ধাপ : ০ ১ ৩ ২ × ১২ → ৮৪, যেহেতু ০১৩২-এর দ্বিতীয় অঙ্ক ৩-এর দু'গুণ হল ৬ আর এই ৬-এর সঙ্গে ০১৩২-এর প্রথম অঙ্ক ২ যোগ করে পাওয়া গেছে ৮

* *

তৃতীয় ধাপ : ০ ১ ৩ ২ × ১২ → ৫৮৪, যেহেতু ০১৩২-এর তৃতীয় অঙ্ক ১-এর দু'গুণ হল ২ আর এই ২-এর সঙ্গে ০১৩২-এর দ্বিতীয় অঙ্ক ৩ যোগ করে পাওয়া গেছে ৫

* *

চতুর্থ ধাপ : ০ ১ ৩ ২ × ১২→ ১৫৮৪, যেহেতু ০১৩২-এর চতুর্থ অঙ্ক ০-এর দু'গুণ হল ০ আর এই ০-এর সঙ্গে ০১৩২-এর তৃতীয় অঙ্ক ১ যোগ করে পাওয়া গেছে ১

এবার তোমরা নামতা পড়ে ১২ দিয়ে ১৩২-কে গুণ করে মিলিয়ে দেখে নিতে পারো উত্তরটা ঠিক বেরিয়েছে কিনা।

বোঝবার সুবিধের জন্যে আরেকটা গুণ করে দেখিয়ে দিচ্ছি তোমাদের। তবে তার আগে একটা কথা বলে নিই। কোন কোন সময়ে গুণনীয়ের কোন একটা অঙ্ককে দু'গুণ করে পাশের অঙ্কের সঙ্গে যোগ দিলে দু'অঙ্ক বিশিষ্ট সংখ্যা পাওয়া যায়। তখন দু'অঙ্ক বিশিষ্ট সংখ্যাটার প্রথম অঙ্কটা নামবে। আর দ্বিতীয় অঙ্কটা হাতে থাকবে। এই হাতে থাকা সংখ্যাটা গুণফলের পরের অঙ্কটা হিসেব কষে বার করার পর তার সঙ্গে যোগ করে নিতে হবে। নিচের উদাহরণটা দেখলেই বুঝতে পারবে। এখানে হাতে থাকা সংখ্যাগুলোকে ঠিক জায়গা মতো গুণফলের মাথায় লেখা হয়েছে। ধরা যাক আমাদের গুণনীয় এবার ৬৮৭৪ বা ০৬৮৭৪—

*

প্রথম ধাপ ঃ ০ ৬ ৮ ৭ ৪ × ১২ → ৮, যেহেতু ৪ × ২ = ৮

* * ১

দ্বিতীয় ধাপ ঃ ০ ৬ ৮ ৭ ৪ × ১২ → ৮৮, যেহেতু, ৭ × ২ = ১৪, ১৪ + ৪ = ১৮, ১৮-র ৮ নেমেছে, হাতে আছে ১

* * ২

তৃতীয় ধাপ ঃ ০ ৬ ৮ ৭ ৪ × ১২ → ৪৮৮, যেহেতু, ৮ × ২ = ১৬, ১৬ + ৭ = ২৩, ২৩-এর সঙ্গে হাতের ১ যোগ দিয়ে ২৪ হয়েছে। ২৪-এর ৪ নেমেছে, হাতে আছে ২

* * ২

চতুর্থ ধাপ ঃ ০ ৬ ৮ ৭ ৪ × ১২ → ২৪৮৮, যেহেতু, ৬ × ২ = ১২, ১২ + ৮ = ২০, ২০-র সঙ্গে হাতের ২ যোগ করে ২২ হয়েছে। ২২-এর ২ নেমেছে, হাতে আছে ২

**
পঞ্চম ধাপ : ০৬৮৭৪ × ১২ → ৮২৪৮৮, যেহেতু, ০×২ =০, ০+৬=৬, ৬-এর সঙ্গে হাতের ২ যোগ করে ৮ হয়েছে।

এবার নামতা ব্যবহার করে মিলিয়ে দেখে নাও গুণ মিলল কি-না। তোমাদের সুবিধের জন্য সংক্ষেপে আরো ক'টা গুণ করে দেখিয়ে দিচ্ছি।

৭৫৮৯ × ১২

* ১
প্রথম ধাপ : ০৭৫৮৯ × ১২ → ৮, (৯ × ২ = ১৮)

** ২
দ্বিতীয় ধাপ : ০৭৫৮৯ × ১২ → ৬৮, (৮ × ২ = ১৬, ১৬ + ৯ = ২৫, ২৫ + ১ = ২৬)

** ২
তৃতীয় ধাপ : ০৭৫৮৯ × ১২ → ০৬৮, (৫ × ২ = ১০, ১০ + ৮ = ১৮, ১৮ + ২ = ২০)

** ২
চতুর্থ ধাপ : ০৭৫৮৯ × ১২ → ১০৬৮, (৭ × ২ = ১৪, ১৪ + ৫ = ১৯, ১৯ + ২ = ২১)

**
পঞ্চম ধাপ : ০৭৫৮৯ × ১২ → ৯১০৬৮, (০ × ২ = ০, ০ + ৭ = ৭, ৭ + ২ = ৯)

৯৮০ × ১২

*
প্রথম ধাপ : ০৯৮০ × ১২ → ০, (০ × ২ = ০)

** ১
দ্বিতীয় ধাপ : ০৯৮০ × ১২ → ৬০, (৮ × ২ = ১৬, ১৬ + ০ = ১৬)

** ২
তৃতীয় ধাপ : ০৯৮০ × ১২ → ৭৬০, (৯ × ২ = ১৮, ১৮ + ৮ = ২৬, ২৬ + ১ = ২৭)

**
চতুর্থ ধাপ : ০৯৮০ × ১২ → ১১৭৬০, (০ × ২ = ০, ০ + ৯ = ৯, ৯ + ২ = ১১)

আট বছরের ছোট্ট টুকুনকে সেদিন জিগ্যেস করলাম—বলতো দেখি, এগারো দিয়ে ৬৭৮৯৫৬:কে গুণ করলে কত হয়? টুকুন বেণী দুলিয়ে বন্ধুদের সঙ্গে এক্কা-দোক্কা খেলছিল। হঠাৎ লাফ থামিয়ে গড়গড় করে উত্তর দিয়ে দিল। বন্ধুরা তো অবাক। টুকুন দেখি মুচ্‌কি মুচ্‌কি হাসছে। টুকুন বন্ধুদের আরো অবাক করে দিল ৫৬৭৮৪৫কে ১২ দিয়ে মুখে মুখে গুণ করে। এত ভাল অঙ্ক শিখলি কি করে রে টুকুন? ক্ষুদে টুকুনের ক্ষুদে এক বন্ধু জিজ্ঞেস করল। টুকুনের হয়ে আমিই উত্তর দিয়ে দিলাম। ট্র্যাখটেনবার্গ নামে একজন বিখ্যাত লোক দ্বিতীয় বিশ্বযুদ্ধের সময় নাজি দস্যুদের হাতে বন্দী থাকার সময় সহজে অঙ্ক কষার কতকগুলো নিয়ম আবিষ্কার করেন। সেইটা শিখেছে বলে টুকুন এখন নামতা ছাড়াই এগারো আর বারো দিয়ে গুণ করার সোজা নিয়মগুলো শিখে ফেলেছে। সবাই খুব অবাক হয়ে গেছে দেখলাম। আরো অবাক করে দিতে খুব ইচ্ছে হল। বললাম, তোমরা যদি জানতে চাও তাহলে তোমাদের নামতা ছাড়াই ৬ দিয়ে গুণ করার নিয়মটা শিখিয়ে দিতে পারি।

ছয় দিয়ে খুব সহজে, চটপট করে আর নামতা ছাড়াই গুণ করার নিয়মটা ট্র্যাখটেনবার্গ নাজি কারাগারে বসেই আবিষ্কার করে ফেলেছিলেন। তবে সেই নিয়মটা শেখাবার আগে একটা কথা বলে রাখি। আমরা জানি সংখ্যা বা অঙ্ক দু'রকমের হতে পারে—জোড় বা বিজোড়। জোড় সংখ্যা বা অঙ্ককে দুই দিয়ে ভাগ করলে কোন ভাগশেষ থাকে না কিন্তু বিজোড়ের বেলায় তা হয়না, ভাগশেষ থাকে। যেমন ২, ৪, ৬, ৮ ইত্যাদি জোড় সংখ্যা। আবার ১, ৩,

৫, ৭, ৯ ইত্যাদি বিজোড় সংখ্যা। আচ্ছা, এবার বল দেখি পাঁচের অর্ধেক কত হবে? কি বললে? আড়াই! না—না—আমরা ভগ্নাংশের মধ্যে যাবনা। শুধু পূর্ণ সংখ্যা নিয়ে এখন আমরা নাড়াচাড়া করব। ট্র্যাখটেনবার্গের নিয়ম শেখাবার সময় আমি যখনই কোন অঙ্ককে **'অর্ধেক'** করতে বলব, তখন ধরে নেবে যে আমি শুধু পূর্ণ অঙ্কের ভাগফলের কথাই জানতে চাইছি, কোন ভগ্নাংশের কথা নয় এবং ভাগশেষ নিয়েও আমার কোন মাথাব্যথা নেই। এবার বল দেখি ৫-এর 'অর্ধেক' কত? হ্যাঁ, ঠিক বলেছো—৫-এর 'অর্ধেক' ২। কারণ ৫-কে ২ দিয়ে ভাগ করলে ভাগফল হয় ২ আর ভাগশেষ থাকে ১। দেখছো তো, ভাগশেষ ১-টাকে আমরা কোন পাত্তাই দিলাম না এখানে। এখন ঠিক এই ভাবে ১-এর 'অর্ধেক' কত হবে বলতে পারো? বলতে পারছো না কেন? ২ দিয়ে কি ১-কে ভাগ করা যাচ্ছে? তার মানে ১-এর 'অর্ধেক' হবে শূন্য। এটা মনে রাখবে কিন্তু ভাল করে।

এবার আরেকটা কথা। ধরো, আমরা ৬ দিয়ে ৬৮৪২কে গুণ করব। অর্থাৎ ৬৮৪২ আমাদের গুণনীয়। এই গুণনীয়ের প্রথম অঙ্ক ২, দ্বিতীয় অঙ্ক ৪, তৃতীয় অঙ্ক ৮ আর চতুর্থ অঙ্ক ৬। এই গালভরা প্রথম দ্বিতীয় তৃতীয় চতুর্থ শব্দগুলোকে বারবার ব্যবহার না করে বোঝাবার সুবিধের জন্যে এখন থেকে আমরা একটা নতুন শব্দ ব্যবহার করব—**'পাশের অঙ্ক'**। 'পাশের অঙ্ক' মানে কি? দাঁড়াও, একটা উদাহরণ দিই, তাহলেই বুঝতে পারবে। যেমন ধরো, ৬৮৪২-এর দ্বিতীয় অঙ্ক ৪-এর 'পাশের অঙ্ক' ২, আবার ৬৮৪২-এর তৃতীয় অঙ্ক ৮-এর 'পাশের অঙ্ক' ৪। সোজা কথায়, যে অঙ্কটার কথা বলা হচ্ছে ঠিক তার ডান পাশের অঙ্কটাই 'পাশের অঙ্ক'।

তোমরা এখন জিগ্যেস করতে পার, ৬৮৪২-এর প্রথম অঙ্কের বেলায় কি হবে? সত্যিই তো। প্রথম অঙ্কের ডান পাশে তো কোন অঙ্কই

নেই। এই জন্যেই যে-কোন সংখ্যার প্রথম অঙ্কের 'পাশের অঙ্ক' বলতে আমরা শূন্যটাকেই ধরে নেব।

এবার ট্র্যাখটেনবার্গ পদ্ধতিতে ৬৮৪২-কে ৬ দিয়ে গুণ করতে শুরু করা যাক। গুণ করার আগেই গুণনীয়ের সামনে একটা শূন্য বসিয়ে নিতে হবে। তার মানে ৬৮৪২ এখন হল—০৬৮৪২।

গুণ করার সময় আমরা গুণনীয়ের প্রথম অঙ্ক থেকে হিসেব শুরু করব। আমরা একটা একটা করে অঙ্ক ধরবো আর তার সঙ্গে তার 'পাশের অঙ্কের অর্ধেক' যোগ করবো। এইভাবে যে যোগফলগুলো আমরা পাবো—শেষ পর্যন্ত সেটাই হবে উত্তর। যেমন এখানে ৬৮৪২-এর প্রথম অঙ্ক ২ আর তার 'পাশের অঙ্ক' ০। তাই প্রথম অঙ্ক ২-এর সঙ্গে 'পাশের অঙ্ক' ০-এর 'অর্ধেক' অর্থাৎ ০ যোগ করে আমরা যোগফল পাচ্ছি ২। এইটাই গুণফলের প্রথম অঙ্ক। পুরো ব্যাপারটাকে এভাবেও লেখা যেতে পারে—

*

প্রথম ধাপ : ০৬৮৪২ × ৬→ ২, যেহেতু গুণনীয়ের প্রথম অঙ্ক ২ এর সঙ্গে পাশের অঙ্ক ০ এর অর্ধেক, অর্থাৎ ০ যোগ করে পাওয়া গেছে ২

এবার গুণের দ্বিতীয় ধাপ। এখন গুণনীয়ের দ্বিতীয় অঙ্ক ৪ এর কথা ধরতে হবে—

**

দ্বিতীয় ধাপ : ০৬৮৪২ × ৬→ ৫২, যেহেতু গুণনীয়ের দ্বিতীয় অঙ্ক ৪-এর সঙ্গে পাশের অঙ্ক ২-এর অর্ধেক, অর্থাৎ ১ যোগ করে পাওয়া গেছে-৫

গুণের তৃতীয় চতুর্থ ও পঞ্চম ধাপও ঠিক একই রকম।

** ১

তৃতীয় ধাপ ঃ ০৬৮৪২ × ৬,—০৫২, যেহেতু গুণনীয় তৃতীয় অঙ্ক ৮ এ সঙ্গে পাশের অঙ্ক ৪-এর অর্ধেক যোগ করে পাওয়া গেছে ১০। ১০-এর শূন্য নেমেছে, হাতে আছে ১।

** ১

চতুর্থ ধাপ ঃ ০৬৮৪২ × ৬→ ১০৫২, যেহেতু গুণনীয়ের চতুর্থ অঙ্ক ৬-এর সঙ্গে পাশের অঙ্ক ৮-এর অর্ধেক ও হাতের এক যোগ করে পাওয়া গেছে ১১। ১১-এর ১ নেমেছে, হাতে আছে ১।

**

পঞ্চম ধাপ ঃ ০৬৮৪২ × ৬→ ৪১০৫২, যেহেতু গুণনীয়ের পঞ্চম অঙ্ক ০-এর সঙ্গে পাশের অঙ্ক ৬-এর অর্ধেক ও হাতের এক যোগ করে পাওয়া গেছে ৪।

তোমরা এবার নামতা পড়ে ৬৮৪২কে ৬ দিয়ে গুণ করে মিলিয়ে নাও, দেখবে গুণফল মিলে যাচ্ছে। নিয়মটা খুব মজার, তাই না? আরে দাঁড়াও দাঁড়াও, পালাচ্ছ কোথায়! আরেকটা কথা বাকী আছে। আমরা যে গুণনীয়টা ধরেছিলাম তার প্রতিটি অঙ্কই জোড়। কোন বিজোড় অঙ্ক ছিল না। কিন্তু কোন গুণনীয়ের মধ্যে যদি বিজোড় অঙ্ক থাকে, তাহলে সেই বিজোড় অঙ্কটার সঙ্গে শুধু পাশের অঙ্কের অর্ধেক যোগ দিলেই হবে না, আরো পাঁচ যোগ দিয়ে নিতে হবে। একটা উদাহরণ দিলেই ব্যাপারটা পরিষ্কার হয়ে যাবে। ধরা যাক এবার আমরা ৮৭১৩-কে ৬ দিয়ে গুণ করব।

*

প্রথম ধাপ : ০৮৭১৩ × ৬→ ৮, যেহেতু—৩ (প্রথম অঙ্ক)
+ ৫ (অঙ্কটি বিজোড় বলে)
+০ (পাশের অঙ্ক ০-এর অর্ধেক)
=৮

**

দ্বিতীয় ধাপ : ০৮৭১৩ × ৬→ ৭৮, যেহেতু—১ (দ্বিতীয় অঙ্ক)
+৫ (দ্বিতীয় অঙ্ক বিজোড় বলে)
+১ (পাশের অঙ্ক ৩-এর অর্ধেক)
=৭

** ১

তৃতীয় ধাপ : ০৮৭১৩ × ৬→ ২৭৮, যেহেতু—৭ (তৃতীয় অঙ্ক)
+৫ (তৃতীয় অঙ্ক বিজোড় বলে)
+০ (পাশের অঙ্ক ১-এর অর্ধেক)
=১২, ১২-র ২ নেমেছে, হাতে আছে ১।

** ১

চতুর্থ ধাপ : ০৮৭১৩ × ৬→ ২২৭৮, যেহেতু, ৮ (চতুর্থ অঙ্ক)
+৩ (পাশের অঙ্ক ৭-এর অর্ধেক)
+১ (হাতে ছিল)= ১২, ১২-র ২ নেমেছে, হাতে আছে ১।

**

পঞ্চম ধাপ : ০৮৭১৩ × ৬→ ৫২২৭৮, যেহেতু, ০ (পঞ্চম অঙ্ক)+৪ (পাশের অঙ্ক ৮-এর অর্ধেক) +১ (হাতে ছিল)=৫

এবার বুঝতে পেরেছ তো? নিজেরা এবার ৬ দিয়ে কয়েকটা গুণ করে দেখ, তাহলেই নিয়মটা সড়গড় হয়ে যাবে। নামতা পড়ে গুণ করার চেয়ে অনেক তাড়াতাড়ি গুণ করতে পারবে।

৬ দিয়ে এইভাবে কয়েকটা গুণ করে দেখিয়ে দিয়েছি নীচে।

<u>৯৬৫৭ × ৬</u>

*   ১

প্রথম ধাপ : ০৯৬৫৭ × ৬→ ২, (বিজোড় ৭ + ৫ = ১২)

**   ১

দ্বিতীয় ধাপ : ০৯৬৫৭ × ৬→ ৪২, (বিজোড় ৫ + ৫ = ১০, ১০ + পাশের অঙ্কের অর্ধেক ৩ = ১৩, ১৩ + ১ = ১৪)

**

তৃতীয় ধাপ : ০৯৬৫৭ × ৬→ ৯৪২, (জোড় ৬ + পাশের অঙ্কের অর্ধেক ২ = ৮, ৮ + ১ = ৯)

**   ১

চতুর্থ ধাপ : ০৯৬৫৭ × ৬→ ৭৯৪২, (বিজোড় ৯ + ৫ = ১৪, ১৪ + পাশের অঙ্কের অর্ধেক ৩ = ১৭)

**

পঞ্চম ধাপ : ০৯৬৫৭ × ৬→ ৫৭৯৪২, (০ + পাশের অঙ্কের অর্ধেক ৪ = ৪, ৪ + ১ = ৫)

<u>৫৮০৪ × ৬</u>

*

প্রথম ধাপ : ০৫৮০৪ × ৬→ ৪, (জোড় সংখ্যা ৪)

**

দ্বিতীয় ধাপ : ০৫৮০৪ × ৬→ ২৪, (০ + পাশের অঙ্কের অর্ধেক ২ = ২)

**

তৃতীয় ধাপ : ০৫৮০৪ × ৬→ ৮২৪, (জোড় ৮ + পাশের অঙ্কের অর্ধেক ০ = ৮)

**   ১

চতুর্থ ধাপ : ০৫৮০৪ × ৬→ ৪৮২৪, (বিজোড় ৫ + ৫ = ১০, ১০ + পাশের অঙ্কের অর্ধেক ৪ = ১৪)

**

পঞ্চম ধাপ : ০৫৮০৪ × ৬→ ৩৪৮২৪, (০ + পাশের অঙ্কের অর্ধেক ২ = ২, ২ + ১ = ৩)

নামতা ছাড়াও গুণ করা যায় বললে অনেকেই হাসে। তেমন বুদ্ধিমান ছেলে হলে হয়তো বলে, কেন করা যাবে না। বার বার যোগ করে গেলে নামতা না-পড়েও গুণ করা যায়। কিন্তু তাতে সময় লাগে প্রচুর। আগেই বলেছি নামতা ছাড়াও অনেক সহজে গুণ করার কায়দাটা প্রথম বার করেন ট্র্যাখটেনবার্গ। বারো এগারো আর ছয় দিয়ে গুণ করার নিয়মগুলো তোমাদের তো শেখা হয়ে গেছে। এবার সাত দিয়ে গুণ করার কায়দাটা আমি তোমাদের জানিয়ে দিচ্ছি! কিন্তু তার আগে মনে করে ছাখো, 'অর্ধেক' আর 'পাশের অঙ্ক' বলতে কি বোঝায় ভুলে গেছ কিনা? ঠিক আছে, আবার মনে করিয়ে দিচ্ছি। যে কোন অঙ্ককে ২ দিয়ে ভাগ করলে পূর্ণসংখ্যার যে ভাগফল পাওয়া যায় সেইটাকেই আমরা 'অর্ধেক' বলছি। আর যে কোন অঙ্কের ঠিক ডান-ধারের অঙ্কটা হচ্ছে 'পাশের অঙ্ক'। এইটুকু মনে রাখলেই গুণের নিয়মটা বুঝতে পারবে।

সাত দিয়ে গুণের নিয়ম : যে সংখ্যাটাকে গুণ করতে হবে তার ডান দিক থেকে গুণের কাজ শুরু হবে। প্রত্যেকটা অঙ্ককে দ্বিগুণ করে তার সঙ্গে 'পাশের অঙ্কের' 'অর্ধেক' যোগ করতে হবে। কোন অঙ্ক যদি বিজোড় হয় তাহলে আরো ৫ যোগ করে নিতে হবে।

এত নিয়ম-কানুন মুখস্থ না করে একটা গুণ করে দেখাই বরং ভাল, তাই না? বেশ, ধরা যাক ৪৩৬কে সাত দিয়ে গুণ করা হবে।

প্রথম ধাপ : ০৪৩৬ × ৭→ ২, যেহেতু—১২ (প্রথম অঙ্ক ৬-এর দ্বিগুণ) + ০ (পাশের অঙ্ক ০-এর অর্ধেক) = ১২, ১২-র ২ নেমেছে, হাতে আছে ১

(উপরে: ৬-এর উপরে * চিহ্ন, ২-এর উপরে ১)

** ১

দ্বিতীয় ধাপ ঃ ০৪৩৬ × ৭→ ৫২, যেহেতু—৬ (দ্বিতীয় অঙ্ক ৩-এর দ্বিগুণ) + ৩ (পাশের অঙ্ক ৬-এর অর্ধেক) + ৫ (দ্বিতীয় অঙ্ক ৩ বিজোড় বলে) + ১ (হাতে ছিল) = ১৫, ১৫-র ৫ নেমেছে, হাতে আছে ১

** ১

তৃতীয় ধাপ ঃ ০৪৩৬ × ৭→ ০৫২ যেহেতু—৮ (তৃতীয় অঙ্ক ৪-এর দ্বিগুণ) + ১ (পাশের অঙ্ক ৩-এর অর্ধেক) + ১ (হাতে ছিল) = ১০, ১০-এর ০ নেমেছে, হাতে আছে ১

**

চতুর্থ ধাপ ঃ ০৪৩৬ × ৭→ ৩০৫২, যেহেতু—০ (চতুর্থ অঙ্ক ০-এর দ্বিগুণ) + ২ (পাশের অঙ্ক ৪-এর অর্ধেক) + ১ (হাতে ছিল) = ৩

এবার তোমরা নামতা পড়ে গুণ করে মিলিয়ে ছাখো, ৪৩৬কে ৭ দিয়ে গুণ করলে গুণফল ৩০৫২ হচ্ছে কিনা। আরেকটা গুণ করে দেখিয়ে দিচ্ছি যাতে আর কক্ষনো ভুল না হয়। এবার ৮৩৯কে ৭ দিয়ে গুণ করা যাক্।

* ২

প্রথম ধাপ ঃ ০৮৩৯ × ৭→ ৩, যেহেতু ১৮ (প্রথম অঙ্ক ৯-এর দ্বিগুণ) + ০ (পাশের অঙ্ক ০-এর অর্ধেক) + ৫ (প্রথম অঙ্ক বিজোড় বলে) = ২৩, ২৩-এর ৩ নেমেছে, হাতে আছে ২

** ১

দ্বিতীয় ধাপ : ০৮৩৯ × ৭→ ৭৩, যেহেতু ৬ (৩-এর দ্বিগুণ)
+ ৪ (পাশের অঙ্ক ৯-এর অর্ধেক)
+ ৫ (৩ বিজোড় বলে) + ২
(হাতে ছিল) = ১৭, ১৭-এর ৭
নেমেছে, হাতে আছে ১

** ১

তৃতীয় ধাপ : ০৮৩৯ × ৭→ ৮৭৩, যেহেতু ১৬ (৮-এর দ্বিগুণ)
+ ১ (পাশের অঙ্ক ৩-এর অর্ধেক)
+ ১ (হাতে ছিল) = ১৮, ১৮-এর
৮ নেমেছে হাতে আছে ১

**

চতুর্থ ধাপ : ০৮৩৯ × ৭→ ৫৮৭৩, যেহেতু ০ (০-এর দ্বিগুণ)
+ ৪ (পাশের অঙ্ক ৮-এর অর্ধেক)
+ ১ (হাতে ছিল) = ৫

কি, উত্তর মিলেছে তো ? এবার নিজেরা কয়েকটা গুণ করে ছাখো। বার কয়েক অভ্যেস করে নিলেই দেখবে মুখে মুখে খুব তাড়াতাড়ি লম্বা লম্বা গুণ করতে পারবে।

আগের মতোই কয়েকটা গুণ করে দিচ্ছি তোমাদের সুবিধার জন্য।

৯৮৬৭ × ৭

* ১

প্রথম ধাপ : ০৯৮৬৭ × ৭→ ৯, (বিজোড় ৭ × ২ = ১৪, ১৪ + ৫
= ১৯)

** ১

দ্বিতীয় ধাপ : ০৯৮৬৭ × ৭→ ৬৯, (জোড় ৬ × ২ = ১২, ১২
+ পাশের অঙ্কের অর্ধেক ৩ = ১৫,
১৫ + হাতের ১ = ১৬)

** ২

তৃতীয় ধাপ : ০৯৮৬৭ × ৭→ ০৬৯, (জোড় ৮ × ২ = ১৬, ১৬ + পাশের অঙ্কের অর্ধেক ৩ = ১৯, ১৯ + হাতের ১ = ২০)

** ২

চতুর্থ ধাপ : ০৯৮৬৭ × ৭→ ৯০৬৯, (বিজোড় ৯ × ২ = ১৮, ১৮ + ৫ = ২৩, ২৩ + পাশের অঙ্কের অর্ধেক ৪ = ২৭, ২৭ + হাতের ২ = ২৯)

**

পঞ্চম ধাপ : ০৯৮৬৭ × ৭→ ৬৯০৬৯, (০ + পাশের অঙ্কের অর্ধেক ৪ = ৪, ৪ + হাতের ২ = ৬)

১০৩৮ × ৭

* ১

প্রথম ধাপ : ০১০৩৮ × ৭→ ৬, (জোড় ৮ × ২ = ১৬)

** ১

দ্বিতীয় ধাপ : ০১০৩৮ × ৭→ ৬৬, (বিজোড় ৩ × ২ = ৬, ৬ + ৫ = ১১, ১১ + পাশের অঙ্কের অর্ধেক ৪ = ১৫, ১৫ + হাতের ১ = ১৬)

**

তৃতীয় ধাপ : ০১০৩৮ × ৭→ ২৬৬, (০ × ২ = ০, ০ + পাশের অঙ্কের অর্ধেক ১ = ১, ১ + হাতের ১ = ২)

**

চতুর্থ ধাপ : ০১০৩৮ × ৭→ ৭২৬৬, (বিজোড় ১ × ২ = ২, ২ + ৫ = ৭, ৭ = পাশের অঙ্কের অর্ধেক ০ = ০)

**

পঞ্চম ধাপ : ০১০৩৮ × ৭→ ৭২৬৬, (০ + পাশের অঙ্কের অর্ধেক ০ = ০)

নামতা মুখস্থ না করেই ১১, ১২, ৬ আর ৭ দিয়ে গুণ করার কায়দাটা রপ্ত করে ফেলেছে সুদেষ্ণা। আমার কাছ থেকেই শিখেছে। সেদিন দেখি আমাকে ও ছোট্ট একটা চিঠি দিয়েছে। লিখেছে, 'তুমি আমাকে ৯ আর ৮ দিয়ে গুণ করার এই রকম মজার নিয়ম এখনো শিখিয়ে দাওনি। ২, ৩, ৪ আর ৫-এর নামতা মুখস্থ করা একটুও শক্ত নয়। আমি গড়গড় করে বলে যেতে পারি —কিন্তু নয় আর আটের নামতাগুলো যা বিচ্ছিরি না! বলো না, শিখিয়ে দেবে তো?'

সুদেষ্ণার কথাই রইল। আগে ৯ দিয়ে গুণ করতে শিখিয়ে দিচ্ছি।

ধরো ৭৮৪কে ৯ দিয়ে গুণ করা হবে। প্রথমেই সংখ্যাটার আগে একটা '০' বসিয়ে নাও। কি দাঁড়াল তাহলে—০৭৮৪।

এবার এই সংখ্যার প্রথম অঙ্ক ৪ টাকে ১০ থেকে বিয়োগ করো। তার মানে বিয়োগফল হল ৬। এইটাই গুণফলের প্রথম অঙ্ক।

এবার ০৭৮৪-এর দ্বিতীয় অঙ্ক ৮-টাকে ধরো। এটাকে ৯ থেকে বাদ দিয়ে, বিয়োগফলের সঙ্গে ০৭৮৪-এর পাশের অঙ্ক '৪' যোগ দাও। ৯ থেকে ৮ বাদ দিয়ে হল ১, আর ১-এর সঙ্গে ৪ যোগ করে হল ৫। তার মানে ৫ হচ্ছে গুণফলের দ্বিতীয় অঙ্ক।

ঠিক এমনি করে ০৭৮৪-এর তৃতীয় অঙ্ক ৭কে ৯ থেকে বাদ দিয়ে পাওয়া গেল ২, আর তার সঙ্গে 'পাশের অঙ্ক' ৮কে যোগ করে হল ১০। ১০-এর শূন্য নামল গুণফলের তৃতীয় অঙ্ক হিসাবে। হাতে রইল এক।

এবার ০৭৮৪-এর '০'-টাতে এসে পড়েছি। এবার ০-এর পাশের

অঙ্ক, মানে ৭ থেকে এক বিয়োগ করে বিয়োগফল পাওয়া গেল ৬। ৬-এর সঙ্গে হাতের এক যোগ করলে হল ৭। ৭-ই হচ্ছে গুণফলের শেষ অঙ্ক।

ব্যাপারটা বোঝার সুবিধের জন্যে ধাপে ধাপে লিখে দিচ্ছি নীচে।

*

প্রথম ধাপ : ০৭৮৪ × ৯→ ৬, (১০ − ৪ = ৬)

*

দ্বিতীয় ধাপ : ০৭৮৪ × ৯→ ৫৬, (৯ − ৮ = ১, ১ + পাশের অঙ্ক ৪ = ৫)

* ১

তৃতীয় ধাপ : ০৭৮৪ × ৯→ ০৫৬, (৯ − ৭ = ২, ২ + পাশের অঙ্ক ৮ = ১০)

*

চতুর্থ ধাপ : ০৭৮৪ × ৯→ ৭০৫৬, (৭ − ১ = ৬, ৬ + হাতের ১ = ৭)

কী ? ব্যাপারটা পরিষ্কার হয়েছে তো ?

এবার আরো কয়েকটা গুণ করে দিচ্ছি যাতে তোমাদের আর কোন রকম অসুবিধা না হয়।

<u>৫৯৮ × ৯</u>

*

প্রথম ধাপ : ০৫৯৮ × ৯→ ৬২, (১০ − ৮ = ২)

*

দ্বিতীয় ধাপ : ০৫৯৮ × ৯→ ৮২, (৯ − ৯ = ০, ০ + ৮ = ৮)

* ১

তৃতীয় ধাপ : ০৫৯৮ × ৯→ ৩৮২, (৯ − ৫ = ৪, ৪ + ৯ = ১৩)

*

চতুর্থ ধাপ : ০৫৯৮ × ৯→ ৫৩৮২, (৫ − ১ = ৪, ৪ + হাতের ১ = ৫)

৭৮৯৬ × ৯

*

প্রথম ধাপ : ০৭৮৯৬ × ৯→ ৪, (১০ − ৬ = ৪)

*

দ্বিতীয় ধাপ : ০৭৮৯৬ × ৯→ ৬৪, (৯ − ৯ = ০, ০ + ৬ = ৬)

* ১

তৃতীয় ধাপ : ০৭৮৯৬ × ৯→ ০৬৪, (৯ − ৮ = ১, ১ + ৯ = ১০)

* ১

চতুর্থ ধাপ : ০৭৮৯৬ × ৯→ ১০৬৪, (৯ − ৭ = ২, ২ + ৮ = ১০,
১০ + হাতের ১ = ১১)

*

পঞ্চম ধাপ : ০৭৮৯৬ × ৯→ ৭১০৬৪, (৭ − ১ = ৬, ৬ + হাতের
১ = ৭)

৯৮৩৫ × ৯

*

প্রথম ধাপ : ০৯৮৩৫ × ৯→ ৫, (১০ − ৫ = ৫)

* ১

দ্বিতীয় ধাপ : ০৯৮৩৫ × ৯→ ১৫, (৯ − ৩ = ৬, ৬ + ৫ = ১১)

*

তৃতীয় ধাপ : ০৯৮৩৫ × ৯→ ৫১৫, (৯ − ৮ = ১, ১ + ৩ = ৪,
৪ + হাতের ১ = ৫)

*

চতুর্থ ধাপ : ০৯৮৩৫ × ৯→৮৫১৫, (৯ − ৯ = ০, ০ + ৮ = ৮)

*

পঞ্চম ধাপ : ০৯৮৩৫ × ৯→ ৮৮৫১৫, (৯ − ১ = ৮)

৯-এর মতোই ৮ দিয়ে গুণ করার সময়েও গুণফলের প্রথম অঙ্কটা পেতে হলে প্রথমে দশ থেকে গুণনীয়ের প্রথম অঙ্কটি বিয়োগ করতে হয়, তারপর তাকে দুই দিয়ে গুণ করে নিতে হয়। ধরো, ২৩৪কে ৮দিয়ে গুণ করতে হবে। তাহলে ১০ থেকে গুণনীয়ের প্রথম অঙ্ক ৪ বাদ দিয়ে প্রথমে ৬ পাওয়া গেল। তারপর তাকে ২ দিয়ে গুণ করে বেরোল ১২। ১২-র ২ নামল, হাতে রইল ১—

* ১
০২৩৪ × ৮→ ২,

গুণফলের দ্বিতীয় অঙ্ক বার করার সময়, গুণনীয়ের দ্বিতীয় অঙ্কটিকে প্রথম ৯ থেকে বাদ দিতে হবে। তারপর তাকে দু'গুণ করে পাশের অঙ্কের সঙ্গে যোগ দিতে হবে। ২৩৪-কে ৮ দিয়ে গুণ করে গুণফলের দ্বিতীয় অঙ্কটা বার করা যাক এবার। গুণনীয়ের দ্বিতীয় অঙ্ক ৩-কে ৯ থেকে বাদ দিয়ে পাওয়া গেল—৬। ৬ কে দু'গুণ করলে—১২। ১২-র সঙ্গে পাশের অঙ্ক ৪ (গুণনীয়ের ১ম অঙ্ক) যোগ করলে—১৬। ১৬-র সঙ্গে হাতের ১ যোগ করলে—১৭। তাহলে গুণফলের দ্বিতীয় অঙ্কের জায়গায় ৭ নামবে, আর হাতে থাকবে ১—

* ১
০২৩৪ × ৮→ ৭২,

এবার গুণফলের তৃতীয় অঙ্ক বার করা যাক্। দ্বিতীয় অঙ্ক বার করার সময় যা-যা করা হয়েছে, এবারো তাই করতে হবে—

* ১
০২৩৪→ ৮৭২, (৯ − ২ = ৭, ৭ × ২ = ১৪, ১৪ + ৩ = ১৭, ১৭ + হাতের ১ = ১৮)

নিয়ম—৩

গুণফলের শেষ অঙ্কটা বেরোবে, গুণনীয়ের শেষ অঙ্ক (০)-এর পাশের অঙ্কটা থেকে ২ বাদ দিয়ে। যেমন এখানে ০-র পাশের অঙ্ক ২ থেকে ২ বাদ দেওয়া হলে রইল শূন্য। শূন্যর সঙ্গে হাতের ১ যোগ দিয়ে ১, তাই—

*
০২৩৪ × ৮→ ১৮৭২

এবার কটা গুণ করে ব্যাপারটাকে রপ্ত করে নেওয়া দরকার।

৭৬৫ × ৮

প্রথম ধাপ : ০৭৬৫ × ৮→ ০, (১০ − ৫ = ৫, ৫ × ২ = ১০)

দ্বিতীয় ধাপ : ০৭৬৫ × ৮→ ২০, (৯ − ৬ = ৩, ৩ × ২ = ৬, ৬ + পাশের অঙ্ক ৫ = ১১, ১১ + হাতের ১ = ১২)

তৃতীয় ধাপ : ০৭৬৫ × ৮→ ১২০, (৯ − ৭ = ২, ২ × ২ = ৪, ৪ + পাশের অঙ্ক ৬ = ১০, ১০ + হাতের ১ = ১১)

চতুর্থ ধাপ : ০৭৬৫ × ৮→ ৬১২০, (পাশের অঙ্ক ৭ − ২ = ৫, ৫ + হাতের ১ = ৬)

৮৯৭৬ × ৮

প্রথম ধাপ : ০৮৯৭৬ × ৮→ ৮, (১০ − ৬ = ৪, ৪ × ২ = ৮)

দ্বিতীয় ধাপ : ০৮৯৭৬ × ৮→ ০৮, (৯ − ৭ = ২, ২ × ২ = ৪, ৪ + পাশের অঙ্ক ৬ = ১০)

*

তৃতীয় ধাপ : ০৮৯৭৬ ÷ ৮→ ৮০৮, (৯ − ৯ = ০, ০ × ২ = ০, ০ + পাশের অঙ্ক ৭ = ৭, ৭ + হাতের ১ = ৮)

*   ১

চতুর্থ ধাপ : ০৮৯৭৬ × ৮→ ১৮০৮, (৯ − ৮ = ১, ১ × ২ = ২ ২ + পাশের অঙ্ক ৯ = ১১)

*

পঞ্চম ধাপ : ০৮৯৭৬ × ৮→ ৭১৮০৮, (পাশের অঙ্ক ৮ − ২ = ৬, ৬ + হাতের ১ = ৭)

<u>৩০৭২ × ৮</u>

*   ১

প্রথম ধাপ : ০৩০৭২ × ৮→ ৬, (১০ − ২ = ৮, ৮ × ২ = ১৬)

*

দ্বিতীয় ধাপ : ০৩০৭২ × ৮→ ৭৬, (৯ − ৭ = ২, ২ × ২ = ৪, ৪ + পাশের অঙ্ক ২ = ৬, ৬ + হাতের ১ = ৭)

*   ২

তৃতীয় ধাপ : ০৩০৭২ × ৮→ ৫৭৬, (৯ − ০ = ৯, ৯ × ২ = ১৮, ১৮ + পাশের অঙ্ক ৭ = ২৫

*   ১

চতুর্থ ধাপ : ০৩০৭২ × ৮→ ৪৫৭৬, (৯ − ৩ = ৬, ৬ × ২ = ১২, ১২ + পাশের অঙ্ক ০ = ১২, ১২ + হাতের ২ = ১৪)

*

পঞ্চম ধাপ : ০৩০৭২ × ৮→ ২৪৫৭৬, (পাশের অঙ্ক ৩ − ২ = ১, ১ + হাতের ১ = ২)

৫ দিয়ে গুণের নিয়মটা খুবই সোজা। ৬ ও ৭ দিয়ে যারা গুণ করতে শিখে ফেলেছ তাদের তো কোনই অসুবিধে হবে না। গুণফল বার করার সময় পর পর গুণনীয়ের অঙ্কগুলো ধরবে আর তার পাশের অঙ্কের 'অর্ধেক' বসিয়ে দেবে উত্তরের জায়গায়। তবে গুণনীয়ের অঙ্কটি যদি বিজোড় হয় তাহলে ৫ যোগ করে নেবে পাশের অঙ্কের 'অর্ধেক'-এর সঙ্গে। 'অর্ধেক' বলতে আমরা কি বোঝাচ্ছি মনে আছে নিশ্চয়। ২ দিয়ে কোনো অঙ্ককে ভাগ করলে যে সম্পূর্ণ ভাগফলটা পাওয়া যায় তাকেই আমরা 'অর্ধেক' বলছি। যেমন ৯-এর 'অর্ধেক' ৪। ৫-এর 'অর্ধেক' ২ ইত্যাদি।

ধরা যাক, ৪৩২কে আমরা ৫ দিয়ে গুণ করবো। গুণনীয়ের প্রথম অঙ্ক জোড়, আর তার পাশের অঙ্ক ০, তাই গুণফলের প্রথম অঙ্ক হবে—০

*
০৪৩২ × ৫ → ০, (২ জোড় সংখ্যা তাই ৫ যোগ হয়নি ও পাশের অঙ্ক ০)

গুণফলের দ্বিতীয় অঙ্ক বার করতে এবার গুণনীয়ের দ্বিতীয় অঙ্ক ৩-কে ধরতে হবে। ৩-এর পাশের অঙ্ক ২। ২-এর 'অর্ধেক'— ১। ওদিকে ৩টা আবার বিজোড় সংখ্যা, তাই পাশের অঙ্ক ২-এর 'অর্ধেক' ১-এর সঙ্গে ৫ যোগ করে হল—৬

*
০৪৩২ × ৫ → ৬০, (পাশের অঙ্ক '২'-এর অর্ধেক ১, ১ + বিজোড় সংখ্যা বলে ৫ = ৬)

একই ভাবে গুণনীয়ের তৃতীয় অঙ্কটি জোড় বলে তার পাশের অঙ্ক ৩-এর অর্ধেক ১ হচ্ছে গুণফলের তৃতীয় অঙ্ক।

*
০৪৩২ × ৫→ ১৬০, (পাশের অঙ্ক '৩'-এর অর্ধেক ১)

গুণফলের শেষ অঙ্কটিও বেরোবে একই ভাবে। ০-কে আমরা জোড় সংখ্যা হিসেবেই ধরবো, তাই ৫ যোগ করা হবে না।

*
০৪৩২ × ৫→ ২১৬০ (পাশের অঙ্ক '৪'-এর অর্ধেক ২)

এবার ৫ দিয়ে কটা গুণ করে দেখিয়ে দিচ্ছি—

<u>৮৯৬৭ × ৫</u>

*
প্রথম ধাপ : ০৮৯৬৭ × ৫→ ৫, (বিজোড় বলে)

*
দ্বিতীয় ধাপ : ০৮৯৬৭ × ৫→ ৩৫, (পাশের অঙ্ক ৭-এর অর্ধেক ৩)

*
তৃতীয় ধাপ : ০৮৯৬৭ × ৫→ ৮৩৫, (পাশের অঙ্ক ৬-এর অর্ধেক ৩। ৩ + বিজোড় অঙ্ক বলে ৫ = ৮)

*
চতুর্থ ধাপ : ০৮৯৬৭ × ৫→ ৪৮৩৫, (পাশের অঙ্ক ৯-এর অর্ধেক ৪)

*
পঞ্চম ধাপ : ০৮৯৬৭ × ৫→ ৪৪৮৩৫, (পাশের অঙ্ক ৮-এর অর্ধেক ৪)

৭৩০১ × ৫

*

প্রথম ধাপ ঃ ০৭৩০১ × ৫→ ৫, (বিজোড় অঙ্ক বলে)

*

দ্বিতীয় ধাপ ঃ ০৭৩০১ × ৫→ ০৫, (পাশের অঙ্ক ১-এর অর্ধেক ০)

*

তৃতীয় ধাপ ঃ ০৭৩০১ × ৫→ ৫০৫, (পাশের অঙ্ক ০-এর অর্ধেক শূন্য। অঙ্কটি বিজোড় বলে ৫)

*

চতুর্থ ধাপ ঃ ০৭৩০১ × ৫→ ৬৫০৫, (পাশের অঙ্ক ৩-এর অর্ধেক ১। ১+বিজোড় অঙ্ক বলে ৫=৬)

*

পঞ্চম ধাপ ঃ ০৭৩০১ × ৫→ ৩৬৫০৫, (পাশের অঙ্ক ৭-এর অর্ধেক ৩)

'বুঝলে, নামতাতে যে যতই কাঁচা হোক, ৪ বা ৩ দিয়ে গুণ করতে খুব কমই ভুল হয়।' সুদেষ্ণা আমাকে সেদিন এই কথাই বোঝাচ্ছিল। নামতা ছাড়া ৪ দিয়ে গুণ করার নিয়ম শেখবার জন্যে ওর বিশেষ উৎসাহ নেই। আমি তখন বললাম, 'ঠিক আছে, শিখতে হবে না, শুধু দেখে রাখো। অন্য গুণের বেলায় এতক্ষণ যেমন দেখেছি, ৪-এর বেলায়ও যে ঠিক তেমনি নামতা ছাড়াও গুণ করা সম্ভব, সেটাতো দেখতে কোনো দোষ নেই।'

অগত্যা, সুদেষ্ণা সায় দিল।

৪ দিয়ে গুণের সময় যা-যা করা দরকার পর পর লিখে যাচ্ছি—

প্রথম কথা ঃ গুণনীয়ের প্রথম অঙ্কটা ১০ থেকে বাদ দাও, তারপর গুণনীয়ের এই অঙ্কটি যদি বিজোড় হয় তবে ৫ যোগ করে নাও। এটি গুণফলের প্রথম অঙ্ক।

দ্বিতীয় কথা ঃ এক এক করে গুণনীয়ের অঙ্কগুলি নয় থেকে বিয়োগ করো, তারপর অঙ্কটি যদি বিজোড় হয়, বিয়োগফলের সঙ্গে পাঁচ যোগ করে নাও। এই যোগফলের সঙ্গে আবার পাশের অঙ্কের 'অর্ধেক' যোগ করো। এগুলি হবে গুণফলের মধ্যবর্তী অঙ্ক।

তৃতীয় কথা ঃ গুণনীয়ের সর্বশেষ অঙ্ক বা '০'-এর পাশের অঙ্কের 'অর্ধেক'-এর থেকে এক বিয়োগ দিয়ে গুণফলের শেষ অঙ্ক পাওয়া যাবে।

এবার কটা গুণ করে দেখিয়ে দিচ্ছি।

৭৮৯৬ × ৪

*

প্রথম ধাপ ঃ ০৭৮৯৬ × ৪→ ৪, (১০ − ৬ = ৪)

*

দ্বিতীয় ধাপ : ০৭৮৯৬ × ৪→ ৮৪, (৯ − ৯ = ০, ০ + বিজোড় বলে ৫ = ৫, ৫ + পাশের অঙ্ক ৬-এর অর্ধেক ৩ = ৮)

*

তৃতীয় ধাপ : ০৭৮৯৬ × ৪→ ৫৮৪, (৯ − ৮ = ১, ১ + পাশের অঙ্ক ৯-এর অর্ধেক ৪ = ৫)

*　১

চতুর্থ ধাপ : ০৭৮৯৬ × ৪→ ১৫৮৪, (৯ − ৭ = ২, ২ + বিজোড় বলে ৫ = ৭, ৭ + পাশের অঙ্ক ৮-এর অর্ধেক ৪ = ১১)

*

পঞ্চম ধাপ : ০৭৮৯৬ × ৪→ ৩১৫৮৪, (পাশের অঙ্ক ৭-এর অর্ধেক ৩ − ১ = ২, ২ + হাতের ১ = ৩)

<u>৫৭০৩ × ৪</u>

*　১

প্রথম ধাপ : ০৫৭০৩ × ৪→ ২, (১০ − ৩ = ৭, ৭ + বিজোড় বলে ৫ = ১২)

*　১

দ্বিতীয় ধাপ : ০৫৭০৩ × ৪→ ১২, (৯ − ০ = ৯, ৯ + পাশের অঙ্ক ৩-এর অর্ধেক ১ = ১০, ১০ + হাতের ১ = ১১)

*

তৃতীয় ধাপ : ০৫৭০৩ × ৪→ ৮১২, (৯ − ৭ = ২, ২ + বিজোড় বলে ৫ = ৭, ৭ + পাশের অঙ্ক ০-এর অর্ধেক ০ = ৭, ৭ + হাতের ১ = ৮)

*   ১
চতুর্থ ধাপ : ০৫৭০৩ × ৪→ ২৮১২, (৯ − ৫ = ৪, ৪ + বিজোড় বলে ৫ = ৯, ৯ + পাশের অঙ্ক ৭-এর অর্ধেক ৩ = ১২)

*
পঞ্চম ধাপ : ০৫৭০৩ × ৪→ ২২৮১২, (পাশের অঙ্ক ৫-এর অর্ধেক ২ − ১ = ১, ১ + হাতের ১ = ২)

৯৯৯ × ৪

*
প্রথম ধাপ : ০৯৯৯ × ৪→ ৬, (১০ − ৯ = ১, ১ + ৫ = ৬)

*
দ্বিতীয় ধাপ : ০৯৯৯ × ৪→ ৯৬, (৯ − ৯ = ০, ০ + ৫ = ৫, ৫ + ৪ = ৯)

*
তৃতীয় ধাপ : ০৯৯৯ × ৪→ ৯৯৬, (৯ − ৯ = ০, ০ + ৫ = ৫ ৫ + ৪ = ৯)

*
চতুর্থ ধাপ : ০৯৯৯ × ৪→ ৩৯৯৬, (৪ − ১ = ৩)

৪ এর মতো ৩ দিয়ে গুণ করাও খুবই সোজা। তবু দেখিয়ে দিচ্ছি, ট্র্যাখ্টেনবার্গ পদ্ধতিটা কি রকম। কেউ যদি জিগ্যেস করে নামতা ছাড়াও ৩-দিয়ে গুণ করা যায় কিনা বলে দিতে পারবে।

প্রথম কাজঃ প্রথম অঙ্কটিকে দশ থেকে বাদ দাও, তাকে দু'গুণ করো আর অঙ্কটি বিজোড় হলে পাঁচ যোগ দাও।

দ্বিতীয় কাজঃ মধ্যবর্তী অঙ্কগুলির বেলায় প্রত্যেকবার নয় থেকে বিশেষ অঙ্কটি বাদ দিয়ে তাকে দু'গুণ করে তার সঙ্গে পাশের অঙ্কের অর্ধেক যোগ দিতে হবে। অঙ্কটি বিজোড় হলে ৫ যোগ করে নিতে হবে।

তৃতীয় কাজঃ শেষ অঙ্ক ০-এর পাশের অঙ্কের অর্ধেক থেকে ২ বাদ দিতে হবে।

৩ দিয়ে কয়েকটা গুণ করে দেখিয়ে দিচ্ছি।

২৫৭ × ৩

প্রথম ধাপঃ ০২৫৭* × ৩→ ১, (১০ − ৭ = ৩, ৩ × ২ = ৬, ৬ + ৫ = ১১) [হাতে ১]

দ্বিতীয় ধাপঃ ০২৫*৭ × ৩→ ৭১, (৯ − ৫ = ৪, ৪ × ২ = ৮, ৮ + ৭-এর অর্ধেক ৩ = ১১, ১১ + ৫ = ১৬, ১৬ + হাতের ১ = ১৭) [হাতে ১]

তৃতীয় ধাপঃ ০২*৫৭ × ৩→ ৭৭১, (৯ − ২ = ৭, ৭ × ২ = ১৪, ১৪ + ৫-এর অর্ধেক ২ = ১৬, ১৬ + হাতের ১ = ১৭) [হাতে ১]

চতুর্থ ধাপঃ ০*২৫৭ × ৩→ ৭৭১, (২ এর অর্ধেক ১, ১ + হাতের ১ = ২, ২ − ২ = ০)

১২৪ × ৩

* ১
প্রথম ধাপ : ০১২৪ × ৩→ ২, (১০ − ৪ = ৬, ৬ × ২ = ১২)

* ১
দ্বিতীয় ধাপ : ০১২৪ × ৩→ ৭২, (৯ − ২ = ৭, ৭ × ২ = ১৪, ১৪ + ২ = ১৬, ১৬ + ১ = ১৭)

* ২
তৃতীয় ধাপ : ০১২৪ × ৩→ ৩৭২, (৯ − ১ = ৮, ৮ × ২ = ১৬, ১৬ + ১ = ১৭, ১৭ + ৫ = ২২, ২২ + ১ = ২৩)

*
চতুর্থ ধাপ : ০১২৪ × ৩→ ০৩৭২, (১-এর অর্ধেক ০ + হাতের ২ − ২ = ০)

৮৯৮৭ × ৩

* ১
প্রথম ধাপ : ০৮৯৮৭ × ৩→ ১, (১০ − ৭ = ৩, ৩ × ২ = ৬, ৬ + ৫ = ১১)

*
দ্বিতীয় ধাপ : ০৮৯৮৭ × ৩→ ৬১, (৯ − ৮ = ১, ১ × ২ = ২ ২ + ৩ = ৫, ৫ + ১ = ৬)

*
তৃতীয় ধাপ : ০৮৯৮৭ × ৩→ ৯৬১, (৯ − ৯ = ০, ০ × ২ = ০, ০ + ৪ = ৪, ৪ + ৫ = ৯)

*
চতুর্থ ধাপ : ০৮৯৮৭ × ৩→ ৬৯৬১, (৯ − ৮ = ১, ১ × ২ = ২, ২ + ৪ = ৬,)

*
পঞ্চম ধাপ : ০৮৯৮৭ × ৩→ ২৬৯৬১ (৮-এর অর্ধেক ৪, ৪ − ২ = ২)

কি কি মনে রাখতে হবে

গুণনীয় ঃ ১২৩ কে যদি ৯ দিয়ে গুণ করা হয় তবে ১২৩ হচ্ছে গুণনীয়।

অঙ্ক ঃ ১২৩ সংখ্যাটাতে তিনটি অঙ্ক আছে। প্রথম অঙ্ক সবচেয়ে ডান দিকেরটা, মানে—৩। দ্বিতীয় অঙ্ক ২ ও তৃতীয় অঙ্ক ১ (এই সংখ্যার শেষ অঙ্ক)।

*

পাশের অঙ্ক ঃ ১২৩—এই সংখ্যাটার দ্বিতীয় অঙ্কের মাথায় তারকা চিহ্ন লাগানো হয়েছে। এই অঙ্কের পাশের অঙ্ক, মানে

*

ডান পাশের অঙ্ক হচ্ছে—৩। এখন যদি ১২৩-এর ৩-এর মাথায় তারকা চিহ্ন থাকে তবে তার পাশের অঙ্ক কি হবে ? শূন্য হবে, কারণ ৩-এর ডান পাশে আর কোন অঙ্ক নেই।

'অর্ধেক' ঃ আমরা 'অর্ধেক' বলতে ২ দিয়ে ভাগের পর সম্পূর্ণ ভাগফল বুঝব। যেমন ৭-কে ২ দিয়ে ভাগ করলে, ভাগফল হয় ৩, ভাগশেষ পড়ে থাকে ১। ৭-এর 'অর্ধেক' বলতে আমরা বুঝব—৩। ১ এর 'অর্ধেক' শূন্য হবে, ০-এর 'অর্ধেক'ও শূন্য হবে।

গুণনীয়ের আগে শূন্য বসানো ঃ এই নিয়মে যে-কোন গুণ করবার আগে গুণনীয়ের প্রথমে (একেবারে বাঁ-দিকে) একটা শূন্য বসিয়ে নিতে হবে।

নামতার বদলে ছোট্ট কটা নিয়ম

কি দিয়ে গুণ করবে	কোন্ নিয়মে চলবে
১১ দিয়ে	পাশের অঙ্ক যোগ করা দরকার
১২ দিয়ে	প্রতিটি অঙ্ককে দু'গুণ করে পাশের অঙ্কের সঙ্গে যোগ দেওয়া দরকার।
৭ দিয়ে	অঙ্কটি দু'গুণ করা, বিজোড় হলে ৫ যোগ দেওয়া ও পাশের অঙ্কের 'অর্ধেক' যোগ করা।
৬ দিয়ে	পাশের অঙ্কের 'অর্ধেক' যোগ করো। অঙ্কটি বিজোড় হলে তার সঙ্গে ৫ যোগ করে নিতে হবে।
৫ দিয়ে	প্রতিবার পাশের অঙ্কের 'অর্ধেক' বার করতে হবে আর বিজোড় অঙ্কের বেলায় ৫ যোগ করে নিতে হবে।
৯ দিয়ে	প্রথম অঙ্ক : ১০ থেকে বিয়োগ করো। মাঝের অঙ্কগুলো : ৯ থেকে বিয়োগ করে পাশের অঙ্কের সঙ্গে যোগ করো। শেষ অঙ্ক : শেষ অঙ্কের (০-এর) পাশের অঙ্ক থেকে ১ বিয়োগ করো।
৮ দিয়ে	প্রথম অঙ্ক : দশ থেকে বিয়োগ করে দু'গুণ করো। মাঝের অঙ্কগুলো : ৯ থেকে বাদ দিয়ে দু'গুণ করে পাশের অঙ্ক যোগ দাও। শেষ অঙ্ক (০) : পাশের অঙ্কের থেকে ২ বিয়োগ দাও।

কি দিয়ে গুণ করবে	কোন্ নিয়মে চলবে
৪ দিয়ে	প্রথম অঙ্ক : দশ থেকে বিয়োগ করো ও বিজোড় অঙ্ক হলে ৫ যোগ দাও। মাঝের অঙ্কগুলো : ৯ থেকে বিয়োগ করো, পাশের অঙ্কের 'অর্ধেক' যোগ দাও, বিজোড় অঙ্ক হলে আরো ৫ যোগ দাও। শেষ অঙ্ক (০) : পাশের অঙ্কের 'অর্ধেক' থেকে ১ বিয়োগ করো।
৩ দিয়ে	প্রথম অঙ্ক : দশ থেকে বিয়োগ করে দু'গুণ করো ও বিজোড় অঙ্কের বেলায় ৫ যোগ করো। মাঝের অঙ্কগুলো : ৯ থেকে বিয়োগ করে দু'গুণ করো, বিজোড় অঙ্কের বেলায় ৫ যোগ করার পর পাশের অঙ্কের 'অর্ধেক' যোগ দাও। শেষ অঙ্ক (০) : পাশের অঙ্কের 'অর্ধেক' থেকে ২ বাদ দাও।
২ দিয়ে	প্রতিটি অঙ্ককে দ্বিগুণ করো।
১ দিয়ে	গুণনীয় ও গুণফল একই হবে।
০ দিয়ে	০ দিয়ে যে-কোন সংখ্যাকে গুণ করলে গুণফল ০ হয়।

নামতা ছাড়া গুণের কায়দা শিখে ফেলার পর এবার বড় বড় গুণ করার সোজা পদ্ধতির কথায় আসা যাক। এই পদ্ধতিতে যে কোন সংখ্যাকে যে-কোন সংখ্যা দিয়ে একবারে গুণ করে ফেলা যাবে। যেমন ধরা যাক ৩৪৫কে ৫২৩ দিয়ে গুণ করতে হবে। এমনিতে গুণ করতে হলে আমরা নিশ্চয় ধাপে ধাপে গুণ করে লিখতাম—

```
     ৩৪৫
     ৫২৩
   ------
    ১০৩৫
    ৬৯০×
  ১৭২৫××
  ------
  ১৮০৪৩৫
```

এই পদ্ধতিতে কিন্তু এই তিন ধাপ গুণ করে তারপরে আবার যোগ করে, গুণফল বার করতে হবে না। সরাসরি গুণফল বার করা যাবে। গুণফলটা বার করার সময় আমরা এখন এইভাবে লিখব—

```
 000৩৪৫ × ৫২৩
 -------------
 ১৮০৪৩৫
```

কি করে এই পদ্ধতিতে গুণ করা যায় সেটাই এখন আমাদের শিখতে হবে। সোজা পথে গুণ করার দুটি রীতি আছে। প্রথম রীতিটা বেশী কাজ দেয় যদি গুণনীয়ের অঙ্কগুলো ছোট ছোট হয়। যেমন ১, ২, ৩ আর ৪ এই কটা অঙ্কের সমন্বয়ে তৈরি ৪২৩, ১২৩, ১৪২১ ইত্যাদি সংখ্যা। গুণনীয়ের মধ্যে যদি বড় বড় অঙ্ক থাকে, যেমন ৮৯৭৬, ৯৯৮, ৮৭৬ ইত্যাদি, সেক্ষেত্রে সোজা পথে গুণ করার দ্বিতীয় পদ্ধতিটি ব্যবহার করাই ভাল। এই দ্বিতীয় পদ্ধতিটির

আমরা নাম দিয়েছি 'তাড়াতাড়ি গুণ'। প্রথমে সোজা পথে গুণের প্রথম পদ্ধতিটা শিখে নেওয়া যাক।

প্রথমে আমরা ছোট ছোট সংখ্যা বেছে নিয়ে গুণের নিয়মটা শিখে নেব। তারপর বড় বড় সংখ্যাকেও কাবু করে ফেলব। এবার তাহলে দু' অঙ্কের সংখ্যাকে দু' অঙ্কের সংখ্যা দিয়ে গুণ করা শুরু করা যাক।

ছোট ছোট গুণ—দু' অঙ্ককে দু' অঙ্ক দিয়ে

ধরা যাক ৩২ কে ৪১ দিয়ে গুণ করতে হবে।

প্রথমেই আমরা কাগজে লিখে ফেলব—

০০৩২ × ৪১

(উত্তরটা বসবে এখানে)

লক্ষ্য করে দেখো, ৩২-এর আগে দু'টো শূন্য বসানো হয়েছে। গুণক, অর্থাৎ যে সংখ্যাটি দিয়ে গুণ করা হয় তার মধ্যে যে ক'টা অঙ্ক থাকে, গুণনীয়ের আগেও ঠিক ততগুলো শূন্য বসে। এখানে গুণক ৪১। দু'অঙ্কের একটি সংখ্যা। তাই গুণনীয়ের আগে দু'টো শূন্য বসানো হয়েছে। গুণক যদি ৪১ না হয়ে ৪২১ হত, তাহলে বসানো হত তিনটি শূন্য।

গুণফল বার করার সময় আমরা এক-এক বার হিসেব করে গুণ-ফলের এক-একটা অঙ্ক বার করব আর গুণফল লেখবার জায়গার ডানদিকের ঘর থেকে সেই উত্তর লিখতে শুরু করব। যেমন এখানে গুণফলের প্রথম অঙ্কটা আমরা সর্বপ্রথম হিসেব করে বার করব আর সেই অঙ্কটা বসবে ০০৩২-এর ২-এর ঠিক নীচেটায়। তারপর আবার হিসেব করে বেরোবে গুণফলের দ্বিতীয় অঙ্কটা। এটা বসানো হবে ০০৩২-এর ৩-এর তলায়। এইভাবে ডানদিক থেকে উত্তর লিখতে শুরু করে ০০৩২-এর একেবারে বাঁদিকের অঙ্কটার তলায় যখন পৌঁছব তখন আমাদের গুণফল বেরিয়ে পড়বে।

গুণ করার প্রথম ধাপ

গুণনীয়ের একেবারে ডান দিকের অঙ্কটিকে, গুণকের একেবারে ডান দিকের অঙ্কটি দিয়ে গুণ করো। গুণনীয়ের ডান দিকের অঙ্কটি হচ্ছে ২ আর গুণকের ডান দিকের অঙ্কটি হচ্ছে ১। তাই ২ × ১ করে পাওয়া গেল—২। ২-কে এবার লেখো ০০৩২ এর প্রথম অঙ্ক ২-এর তলায়।

$$\begin{array}{r} * \quad * \\ \underline{০০৩২ \times ৪১} \\ \underline{২} \end{array}$$

(যেহেতু ২ × ১ = ২)

গুণ করার দ্বিতীয় ধাপ

গুণফলের পরের অঙ্কটি বার করার সময় প্রথমে আমাদের দু'টি সংখ্যা হিসেব করে বার করতে হবে। এই দুটি সংখ্যার প্রত্যেকটিকে আমরা বলব 'আংশিক ফল'। এই আংশিক ফল দুটি যোগ করে পাওয়া যাবে গুণফলের পরের অঙ্কটি।

প্রথম আংশিক ফলটি পাওয়া যাবে ০০৩২-এর ৩-কে ৪১-এর ১ দিয়ে গুণ করে। তার মানে গুণনীয়ের দ্বিতীয় অঙ্কটিকে গুণকের ডানদিকের অঙ্ক দিয়ে গুণ করে। এক্ষেত্রে তাই প্রথম আংশিক ফল হচ্ছে—৩ × ১ = ৩

$$\begin{array}{r} * \quad * \\ \underline{০০৩২ \times ৪১} \\ \underline{২} \\ ৩ \end{array}$$

(প্রথম আংশিক ফল = ৩ × ১ = ৩)

আংশিক ফলের দ্বিতীয়টি পাওয়া যাবে ০০৩২-এর ২-কে ৪১-এর ৪ দিয়ে গুণ করে। তাহলে এখানে দ্বিতীয় আংশিক ফল হচ্ছে—২ × ৪ = ৮

* *
০০৩২ × ৪১
২
৩
+
৮ (দ্বিতীয় আংশিক ফল = ২ × ৪ = ৮)

এবারে আমাদের কাজ হচ্ছে এই তুটি আংশিক ফলকে যোগ করে, যোগফলটি গুণফলের জায়গায় বসিয়ে দেওয়া। আংশিক ফল ৮ ও ৩ যোগ করে হচ্ছে—১১। ১১-র ১ নামবে গুণফলের জায়গায়, আর ১ থাকবে হাতে। হাতের ১ টাকে আমরা একটা ফুটকি চিহ্ন হিসেবে গুণফলের মাথার দিকে লিখে রাখছি।

০০৩২ × ৪১
১২
৩
+
৮
১১ (আংশিক ফলের যোগফল = ৩ + ৮ = ১১, ১১-র ১ নেমেছে, হাতে আছে ১)

গুণের শেষ ধাপ

এবার আমরা গুণনীয়ের বাঁ দিকের অঙ্কটিকে গুণকের বাঁ দিকের অঙ্ক দিয়ে গুণ করব। তার মানে ০০৩২-এর ৩কে গুণ করব ৪১-এর ৪ দিয়ে। ৩ × ৪ বা ১২-র সঙ্গে হাতের ১ যোগ করলে হচ্ছে—১৩। ১৩ই হবে গুণফলের প্রথম তু' অঙ্ক।

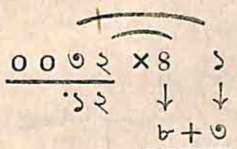
* *
০০৩২ × ৪১
১৩১২

[যেহেতু, ৩ × ৪ = ১২, ১২ + ১ (হাতে ছিল) = ১৩]

এখানে ১৩১২-ই হচ্ছে গুণফল।

আংশিক ফল

এবার গুণ করতে গিয়ে আমরা একটা নতুন শব্দ পেয়েছি—'আংশিক ফল'। গুণ করার সময় দ্বিতীয় ধাপে দু'টি 'আংশিক ফল' বার করতে হয়েছে। 'আংশিক ফল' কাকে বলে, কিভাবে বার করা যায়, সেটা আরো ভাল করে বুঝে নেওয়া দরকার। তাহলে গুণ করতে আর কোনো অসুবিধা হবেনা। ৩২ কে ৪১ দিয়ে গুণ করার সময় আমরা দুটো আংশিক ফল বার করেছিলাম। তার মধ্যে একটা ছিল ৩, যেটা ৪১-এর ১ দিয়ে ৩২-এর ৩কে গুণ করে পাওয়া গেছল। অন্য আংশিক ফলটা ছিল ৮, ৪১-এর ৪ দিয়ে ৩২-এর ২-কে গুণ করে। অর্থাৎ—



ওপরের ছবিটা দেখলেই বোঝা যাচ্ছে আংশিক ফল দুটো বার করবার সময় আমরা দু'জোড়া অঙ্ক ব্যবহার করেছি—১×৩ আর ৪×২। এই দু'জোড়া অঙ্ককে আমরা বলতে পারি 'বাইরের জোড়া' ও 'ভেতরের জোড়া'। 'বাইরের জোড়া' হচ্ছে দু' প্রান্তের দুটো অঙ্ক, অর্থাৎ—১ ও ৩। একই ভাবে 'ভেতরের জোড়া' হচ্ছে মাঝ-খানের দুটি অঙ্ক, অর্থাৎ—৪ ও ২।

এবার বলি কি ক'রে এই দুই জোড়া সংখ্যা বার করা হয়। লক্ষ্য করলেই দেখতে পাবে যে, গুণফলের শেষ যে অঙ্কটা বের হয়েছে, ঠিক তার বাঁ পাশে ও তার মাথার ওপরে বসানো গুণনীয়ের পরবর্তী অঙ্কটাকে নিয়েই আমরা সব সময় কাজ করি। এখানেও তাই গুণ-ফলের প্রথম অঙ্ক ২-এর বাঁ ধারে ও মাথার ওপরে যে ৩-টা রয়েছে,

সেইটাকে নিয়েই আমরা কাজ করবো। এই ৩-টা হচ্ছে 'বাইরের জোড়া'র একটা অঙ্ক। 'বাইরের জোড়া'র দ্বিতীয় অঙ্কটা হবে গুণকের একেবারে ডান ধারের অঙ্ক, কারণ সেইটাই বাইরের দিকে রয়েছে। আমাদের এখনকার গুণক-৪১, তাই 'বাইরের জোড়া'র দ্বিতীয় অঙ্ক —১। 'বাইরের জোড়া'র অঙ্ক দুটো তো বের হল। এবার 'ভেতরের জোড়া'র অঙ্ক দুটো বার করা যাক্। 'বাইরের জোড়া'র অঙ্ক দুটোর মাঝখানে যে অঙ্ক দুটো রয়েছে, সেই দুটো নিয়েই 'ভেতরের জোড়া'।

তাহলে এখন আমরা বুঝতে পারছি যে, 'আংশিক ফল' বার করার আগে 'ভেতরের জোড়া' ও 'বাইরের জোড়া' ঠিক করে নিতে হবে। 'ভেতরের জোড়া'র দুটো অঙ্কের গুণফল হবে একটা আংশিক ফল আর 'বাইরের জোড়া'র অঙ্ক দুটোর গুণফল হবে আরেকটা আংশিক ফল।

উদাহরণঃ

```
0032 × 4  1
  ·12  ↓  ↓
       ৮ + ৩
       ১১
```

বাইরের জোড়া— ১ ও ৩

তাই, একটি আংশিক ফল—১ × ৩ = ৩

ভিতরের জোড়া— ২ ও ৪

তাই, দ্বিতীয় আংশিক ফল—২ × ৪ = ৮

দুটি আংশিক ফলের যোগফল = ৩ + ৮ = ১১, ১১-র ১ নেমেছে, হাতের এক-কে ফুটকি চিহ্ন দিয়ে লেখা হয়েছে।

এখন থেকে গুণ করার সময় আংশিক ফল বার করার জন্যে বার বার 'ভেতরের জোড়া' আর 'বাইরের জোড়া' বার করার

প্রয়োজন হবে। তাই আরো কয়েকটা উদাহরণ দিচ্ছি, যাতে বুঝতে আর কোনো অসুবিধা না থাকে।

৪৬ × ৮৭

৪ × ৭ বাইরের জোড়া

৬ × ৮ ভেতরের জোড়া

৪৬ × ৮৭

৮৯ × ৬৭

৮ × ৭ বাইরের জোড়া

৯ × ৬ ভেতরের জোড়া

৮ ৯ × ৬ ৭

১২ × ৩৪

১ × ৪ বাইরের জোড়া

২ × ৩ ভেতরের জোড়া

১ ২ × ৩ ৪

এবার কয়েকটা গুণ করা যাক্। প্রথমে ৩৭কে ১৫ দিয়ে। এখানে গুণক ১৫, দুই অঙ্কের সংখ্যা, তাই গুণনীয়ের আগে দু'টো শূন্য বসিয়ে, আমরা লিখব—

০০৩৭ × ১৫

গুণের প্রথম ধাপ :

* *
০০৩৭ × ১৫
···৫

গুণকের প্রথম অঙ্ক ৫ দিয়ে গুণনীয়ের প্রথম অঙ্ক ৭কে গুণ করে পাওয়া গেল ৩৫। ৩৫-এর ৫ বসেছে, আর হাতে আছে তিন (তিনটি ফুটকি)।

গুণের দ্বিতীয় ধাপ :

গুণের দ্বিতীয় ধাপে 'বাইরের জোড়া' ও 'ভেতরের জোড়া' বার করা দরকার হবে। গুণনীয় ৩৭-এর ৩কে নিয়ে এখন আমরা কাজ করছি, কারণ গুণফলের পরবর্তী অঙ্ক যেখানে বসবে, এই অঙ্কটা ঠিক তার মাথার ওপরে। তাহলে বোঝা যাচ্ছে, গুণনীয়ের ৩-টা হচ্ছে 'বাইরের জোড়া'র একটি অঙ্ক। 'বাইরের জোড়া'র অপর অঙ্কটি তাহলে কি হবে? বলাই বাহুল্য যে, গুণক ১৫-র বাইরের দিকে যখন ৫ রয়েছে, তখন ৫-ই হবে 'বাইরের জোড়া'র অপর অঙ্ক। তাহলে ৩ ও ৫ হল 'বাইরের জোড়া'। 'ভেতরের জোড়া'র অঙ্ক দুটি বার করতে এখন আর কোন অসুবিধে নেই। 'বাইরের জোড়া'র অঙ্ক দুটির (৩ ও ৫-এর) মাঝখানে রয়েছে 'ভেতরের জোড়া'র অঙ্ক দুটি, অর্থাৎ—৭ ও ১। এবার আমরা লিখতে পারি—

০০৩ ৭ × ১ ৫
…২

বাইরের জোড়ার সংখ্যাদুটিকে এবার গুণ করলে একটি আংশিক ফল বেরোবে— ৩ × ৫ = ১৫

আর ভেতরের জোড়ার সংখ্যাদুটিকে গুণ করলে বেরোবে দ্বিতীয় আংশিক ফল—৭ × ১ = ৭

দু'টি আংশিক ফলের সমষ্টি—১৫ + ৭ = ২২

২২-এর সঙ্গে হাতের ৩ যোগ করলে—২২ + ৩ = ২৫

গুণফলের জায়গায় তাহলে ২৫-এর ৫ নামবে, হাতে থাকবে ২।

০ ০ ৩ ৭ × ১ ৫
··৫···৫ ↓ ↓
৭ + ১৫
২২
+ (৩)
২৫

গুণের শেষ ধাপ ঃ

এবার গুণক ও গুণনীয়ের সবচেয়ে বাঁ দিকের অঙ্ক দুটি গুণ করতে হবে। অর্থাৎ, ৩৭-এর ৩কে ১৫-এর ১ দিয়ে। তাহলে পাওয়া যাচ্ছে —৩ × ১ = ৩। ৩-এর সঙ্গে হাতের ২ যোগ করলে—৩ + ২ = ৫।

```
    *       *
০ ০ ৩ ৭ × ১ ৫
————————
  ৫··৫···৫   ↓
          ৩ × ১
          —————
            ৩
          +(২)
          —————
            ৫
```

বোঝবার সুবিধের জন্য এই রকম ভাবে কয়েকটা গুণ নীচে করে দেখিয়ে দেওয়া হয়েছে। তবে, খুব সংক্ষেপে হিসেব সারা হয়েছে। তোমরা ভাল করে ভাখো, হিসেবটা কিভাবে করা হয়েছে বুঝতে পারছো তো? যদি কোনো জায়গায় বুঝতে অসুবিধে হয়, তাহলে ৩৭কে ১৫ দিয়ে গুণ করার এই উদাহরণটা আরেকবার দেখে নিও।

উদাহরণ ঃ

৩১ × ২৩

```
          ০ ০ ৩ ১ × ২ ৩
          ——————
উত্তর ঃ     ৭·১ ৩
          ——————
হিসেব ঃ     ৬ ৯ ৩
           + +
          (১) ২
```

ব্র্যাকেটের মধ্যে যা লেখা হবে সেটা হাতে রাখা অঙ্ক বোঝাবে।

৬৫ × ৩৫

```
          ০ ০ ৬ ৫ × ৩ ৫
          ————————
উত্তর ঃ    ২ ২···৭··৫
          ————————
হিসেব ঃ    ১৮ ৩০ ২৫
            +  +
          (৪) ১৫
               +
              (২)
```

৭৩ × ৬৪

০ ০ ৭ ৩ × ৬ ৪

উত্তর : ৪ ৬....৭ ·২

হিসেব : ৪২ ২৮ ১২

+ +

(৪) ১৮

+

(১)

৪৮ × ৫২

০ ০ ৪ ৮ × ৫ ২

২' ৪....৯ ·৬

২০ ৮ ১৬

+ +

(৪) ৪০

+

(১)

৪২ × ২৬

০ ০ ৪ ২ × ২ ৬

১ ০ ··৯ ·২

৮ ২৪ ১২

+ +

(২) ৪

+

(১)

৩৩ × ৭৮

০ ০ ৩ ৩ × ৭ ৮

২ ৫....৭ ··৪

২১ ২৪ ২৪

+ +

(৪) ২১

+

(২)

এবার তোমরা নীচের গুণ কটা এই নিয়মে করে ছাখো উত্তর মেলাতে পারছ কিনা। একটু অভ্যেস করলেই দেখবে, কত তাড়াতাড়ি গুণ করতে পারছো।

(১) ২৩ × ১৪ (উত্তর : ৩২২)
(২) ৩৮ × ১৪ (উত্তর : ৫৩২)
(৩) ৩২ × ২২ (উত্তর : ৭০৪)
(৪) ৬৬ × ৩৪ (উত্তর : ২২৪৪)

ছু' অঙ্কের চেয়ে বড় গুণনীয়

ছু' অঙ্কের চেয়ে বড় যে-কোন সংখ্যাকে গুণ করার সময় গুণ করার দ্বিতীয় ধাপটি শুধু প্রয়োজন মতো বারবার ব্যবহার করতে হবে।

ধরা যাক্, ৩২১কে ৫৪ দিয়ে গুণ করতে হবে। এখানে গুণনীয় তিন অঙ্ক বিশিষ্ট।

* *

প্রথম ধাপ : ০০৩২১ × ৫৪

৩২১-র ডান দিকের অঙ্ক ১কে, গুণকের ডান দিকের অঙ্ক ৪ দিয়ে গুণ করতে হবে।

* *

০০৩২১ × ৫৪

গুণফল : ৪

হিসেব : ৪

দ্বিতীয় ধাপ : এবার 'বাইরের জোড়া' আর 'ভেতরের জোড়া' কাজে লাগবে। ৩২১-এর যে-অঙ্কটাকে নিয়ে এখন হিসেব করবো, সেটা হচ্ছে—২। (কারণ, ৩২১-এর ১-এর তলায় ইতিমধ্যেই গুণফলের প্রথম অঙ্ক বসে গেছে) কাজেই, ২ হচ্ছে 'বাইরের জোড়া'র একটি অঙ্ক। অপর অঙ্কটি হচ্ছে গুণকের বাইরের দিকের

অঙ্ক ৪। এবার 'বাইরের জোড়া' ২ ও ৪-এর মাঝখানে পাওয়া যাচ্ছে 'ভেতরের জোড়া'—১ ও ৫। এবার 'বাইরের জোড়া'র গুণফল ৮ (২ × ৪) ও 'ভেতরের জোড়া'র গুণফল ৫ (১ × ৫) যোগ করে পাওয়া গেল—৮ + ৫ = ১৩

১৩-র ৩ নেমেছে, হাতে আছে ১ (ফুট্‌কি)।

	০ ০ ৩ ২ ১ × ৫ ৪
গুণফল :	·৩ ৪
হিসেব :	৮ + ৫ = ১৩

তৃতীয় ধাপ : তৃতীয় ধাপ, দ্বিতীয় ধাপেরই অনুকরণ। তফাতের মধ্যে শুধু 'ভেতরের জোড়া' আর 'বাইরের জোড়া' দুটি পরিবর্তিত হয়ে যাবে। এখন যেহেতু গুণনীয় ৩২১-এর ৩টাকে নিয়ে আমাদের হিসেব করতে হবে, তাই ৩টা হচ্ছে 'বাইরের জোড়া'র একটি অঙ্ক। অপর অঙ্কটি যথারীতি গুণকের ডান দিকের অঙ্ক—৪। 'বাইরের জোড়া'র দুটি অঙ্ক ৩ ও ৪-এর মধ্যে রয়েছে 'ভেতরের জোড়া'র দুটি অঙ্ক—গুণনীয়ের ২ ও গুণকের ৫। তাহলে এবার আমরা লিখতে পারি—

	০ ০ ৩ ২ ১ × ৫ ৪
গুণফল :	·৩ ·৩ ৪
হিসেব :	
বাইরের জোড়ার গুণফল	১২
	+
ভেতরের জোড়ার গুণফল	১০
	+
হাতে ছিল	(১)
	(২)৩

শেষ ধাপ—গুণফলের একেবারে বাঁ দিকের অঙ্কটা বার করার সময় গুণনীয়ের ও গুণকের সবচেয়ে বাঁ দিকের অঙ্ক দুটোকে গুণ করতে হবে। এখানে ৩কে ৫ দিয়ে গুণ করে পাওয়া যাচ্ছে ১৫। ১৫-এর সঙ্গে হাতের ২ যোগ করে ১৭।

* *

০ ০ ৩ ২ ১ × ৫ ৪

গুণফল : ১ ৭ ৩ ৩ ৪

হিসেব : ১৫ + (২) = ১৭

শেষ ধাপের হিসেবটা এইভাবে না ক'রে, ঠিক দ্বিতীয় ধাপের মতোই বার করা যায়। তাতে মনে রাখতে সুবিধে হয়। তাছাড়া এখন যদি এটা অভ্যেস করে নেওয়া হয় তাহলে পরে খুব কাজে লাগবে। তাই দ্বিতীয় বা তৃতীয় ধাপের মতোই দু' জোড়া অঙ্ক থেকে কি ক'রে শেষ ধাপের উত্তরটা বার করা হয় সেটা দেখিয়ে দিচ্ছি। তবে একটা কথা এখানে মনে রাখা দরকার—শূন্য দিয়ে যে কোন সংখ্যাকে গুণ করলে গুণফল সব-সময়েই শূন্য হবে।

এবার আমরা আগের মতোই 'ভেতরের জোড়া' আর 'বাইরের জোড়া'টা বার করে নেব।

গুণনীয়ের চতুর্থ অঙ্ক (ডানদিক থেকে) '০' টাকে নিয়ে এবার আমাদের হিসেব করতে হবে, কারণ গুণনীয়ের তৃতীয় অঙ্ক ৩-এর নীচে পর্যন্ত গুণফল বসানো হয়ে গেছে। তাহলে বোঝা যাচ্ছে, '০'-টা হচ্ছে 'বাইরের জোড়া'-র একটা অঙ্ক। 'বাইরের জোড়া'-র অপর অঙ্কটি যথা নিয়মে গুণকের বাইরের অঙ্ক (ডান দিকের)—৪।

০-আর ৪-এর মধ্যবর্তী 'ভেতরের জোড়া'-র অঙ্কদুটি তাহলে গুণনীয়ের ৩ ও গুণকের ৫। এবার আমরা লিখতে পারি—

০ ০ ৩২১ × ৫৪
১৭৩৩৪

বাইরের জোড়ার গুণফল ০
+
ভেতরের জোড়ার গুণফল ১৫
+
হাতে ছিল (২)
১৭

সব সময় মনে রাখবে যে, দুটি জোড়া বার করার সময় আগে 'বাইরের জোড়া'-টি বার করতে হবে। 'বাইরের জোড়া'-র প্রথম অঙ্কটি হবে গুণনীয়ের সেই অঙ্কটি যার তলায় এবার গুণফল লেখা হবে। বাইরের জোড়ার অপর অঙ্কটি হবে গুণকের সব চাইতে ডান দিকের অঙ্ক। 'বাইরের জোড়া' বার করে ফেললে তারপর আর 'ভেতরের জোড়া' বার করতে কোনই অসুবিধে নেই। 'বাইরের জোড়ার' অঙ্ক দু'টোর সঙ্গে গায়ে-গায়ে লাগানো ও ভেতরের দিকের অঙ্ক দুটোই হল 'ভেতরের জোড়া'।

তোমাদের অভ্যেস করার জন্যে আরো কয়েকটা গুণ করে দেখিয়ে দিচ্ছি নীচে। সবগুলোই তিন অঙ্ককে দু'অঙ্ক দিয়ে।

৩০২ × ১৪

০ ০ ৩ ০ ২ × ১৪
৪ ২ ২ ৮

	৪র্থ ধাপ	৩য় ধাপ	২য় ধাপ	১ম ধাপ
বাইরের জোড়ার গুণ→	০ × ৪	৩ × ৪	০ × ৪	২ × ৪
	+	+	+	
ভেতরের জোড়ার গুণ→	৩ × ১	০ × ১	২ × ১	
	+			
	(১)			

এ গুণটাও যদি বুঝতে পেরে থাকো, তবে নীচের গুণ ছ'টো ত্থাখো। হিসেব কষা জায়গাটা আগে একটা সাদা কাগজ দিয়ে চাপা দিয়ে নাও, তারপর নিজেরা চেষ্টা করে ছাখো গুণ করতে পারো কি-না। যদি না পারো তখন দেখে নিও।

৫৩২ × ৩৪

০ ০ ৫ ৩ ২ × ৩৪

উত্তর ১ ৮ ০ ৮ ৮

হিসেব ঃ ০ × ৪।৫ × ৪।৩ × ৪।৪ × ২

\+ + +

৫ × ৩।৩ × ৩।২ × ৩

\+ +

(৩) (১)

৪০৮ × ৫৬

০ ০ ৪ ০ ৮ × ৫৬

উত্তর ঃ ২ ২ ৮ ৪ ৮

হিসেব ঃ ০ × ৬।৪ × ৬।০ × ৬।৮ × ৬

\+ + +

৪ × ৫।০ × ৫।৮ × ৫

\+ + +

(২) (৪) (৪)

তিন অঙ্কের গুণক

এ পর্যন্ত আমরা ছ' অঙ্ক দিয়ে তিন অঙ্ককে গুণ করতে শিখেছি। ছ' অঙ্ক দিয়ে আরো বড় অংখ্যাকে গুণ করতে হলে কি করতে হবে? ঘাবড়াবার কিছু নেই, একই ভাবে হবে। শুধু আরো

কয়েক জোড়া সংখ্যা বার করতে হবে। যেমন ধরো, ০৩১৪০৩-কে ৩২ দিয়ে গুণ করতে হবে—

০ ০ ৩ ১ ৪ ০ ৩ ×৩২

উত্তর : ১ ০ ০ ৪ ৮ ৯ ৬

হিসেব : ০×২ ৩×২ ১×২ ৪×২ ০×২ ৩×২

\+ \+ \+ \+ \+ |

৩×৩ ১×৩ ৪×৩ ০×৩ ৩×৩ |

\+ \+ | | | |

(১) (১) | | | |

| | | | |

৫ম ৪র্থ ৩য় ২য় ১ম

ধাপ ধাপ ধাপ ধাপ ধাপ

আরেকটা গুণ করে দেখিয়ে দিচ্ছি --

০ ০ ৪ ২ ৩ ৫ ×৩৫

১ ৪ ৮ ২ ২ ৫

০ ২০ ১০ ১৫ ২৫

\+ \+ \+ \+

১২ ৬ ৯ ১৫

\+ \+ \+ \+

(২) (২) (৩) (২)

লক্ষ্য করেছ কি, এবার আর হিসেবের জায়গায় জোড়ের অঙ্ক-গুলো আলাদা করে দেখাইনি, সরাসরি গুণ করে দিয়েছি। বুঝতে অসুবিধে হয়নি তো? যত অভ্যেস করবে, দেখবে, হিসেবের জায়গায় আর অত কিছু লেখবার দরকার হচ্ছে না—সরাসরি গুণফল বসিয়ে যেতে পারছো।

এতক্ষণ আমরা শুধু দু' অঙ্কের গুণক দিয়ে গুণ করতে শিখেছি। গুণনীয় ৩, ৪ বা আরো বড় হলেও গুণক সব জায়গাতেই ছিল দুই অঙ্কের। এবার দেখা যাক গুণক তিন অঙ্কের হলে কিভাবে গুণ করতে হবে।

একটা উদাহরণ থেকেই শেখার কাজটা শুরু করা ভাল। ধরা যাক, ২১৪-কে ১২৩ দিয়ে গুণ করতে হবে। গুণকের অঙ্কের সংখ্যা তিন বলে প্রথমেই গুণনীয়ের আগে (বাঁ দিকে) তিনটে শূন্য বসিয়ে নেওয়া দরকার—

০০০২১৪ × ১২৩

এবার ধাপে ধাপে গুণের কাজ শুরু করা যাক্।

প্রথম ধাপ ঃ ০ ০ ০ ২ ১ ৪ × ১ ২ ৩
— —

·২

উত্তর ঃ (যেহেতু, ৪ × ৩ = ১২)

দ্বিতীয় ধাপ ঃ ০ ০ ০ ২ ১ ৪ × ১ ২ ৩
— = = —

·২ ·২

উত্তর ঃ (যেহেতু, ১ × ৩ = ৩,
৪ × ২ = ৮,
৩ + ৮ + হাতের ১ = ১২)

এখানে আমরা দেখতে পাচ্ছি, যে-দুটো অঙ্কের তলায় একটা করে দাগ (—), সেই দুটোকে গুণ করা হয়েছে। আবার যে অঙ্ক দুটোর তলায় দুটো করে দাগ (=), সে দুটোকেও গুণ করা হয়েছে। তারপর গুণফল দুটো যোগ করে তার সঙ্গে হাতের ১ যোগ দিয়ে উত্তর লেখা হয়েছে—২, হাতে আছে ১ (·)।

এ অবধি আমরা যা করেছি, সবই আমাদের আগে থেকেই জানা আছে। ২১৪কে ১২৩ দিয়ে গুণ না করে যদি ২৩ দিয়ে গুণ করতে বলা হত, তাহলেও আমরা ঠিক এই রকমই করতাম।

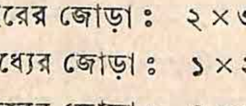
তৃতীয় ধাপ : ০ ০ ০ ২ ১ ৪ × ১ ২ ৩
— = ≡   ≡ = —

উত্তর : ৩ ২ ২

হিসেব : (—) চিহ্নের অঙ্কের গুণফল ২ × ৩
+
(=) চিহ্নের " " ১ × ২
+
(≡) চিহ্নের " " ৪ × ১
+
হাতে ছিল (১)

১৩

তৃতীয় ধাপের হিসেবের ব্যাপারটা নতুন। এরকম আমরা আগে করিনি। এখানে আমরা তিনটি 'জোড়া'-সংখ্যা বার করেছি, প্রত্যেকটি জোড়ার অঙ্ক দুটি গুণ করেছি ও তিনটি গুণফলের সমষ্টির সঙ্গে হাতের ১ যোগ করে উত্তর বসিয়েছি। ওপরে লক্ষ্য করে ছাখো, — চিহ্নওলা এক জোড়া, = চিহ্নওলা এক জোড়া ও ≡ চিহ্নওলা আরেক জোড়া অঙ্ক বার করা হয়েছে। এ অবধি আমরা দু' জোড়া করে অঙ্ক দেখেছি—'বাইরের জোড়া' ও 'ভেতরের জোড়া'। এখানে সে দু'টো তো রয়েইছে, তার সঙ্গে আবার যোগ হয়েছে 'মাঝের জোড়া'। নীচে ছাখো—



২ ১ ৪ × ১ ২ ৩
— = ≡   ≡ = —

বাইরের জোড়া : ২ × ৩

মধ্যের জোড়া : ১ × ২

ভেতরের জোড়া : ৪ × ১

এখানে সবচেয়ে বাইরের লাইনটা দিয়ে ২১৪-র ২-এর সঙ্গে ১২৩-এর ৩-কে যুক্ত করা হয়েছে। কাজেই এই 'বাইরের জোড়া' থেকে আমরা প্রথম আংশিক ফলটি পাচ্ছি—২ × ৩ = ৬

বাইরের লাইনটার ঠিক তলায় রয়েছে মাঝের লাইনটা। মাঝের লাইনটা দিয়ে ২১৪-র ১-এর সঙ্গে ১২৩-এর ২-কে যুক্ত করা হয়েছে। এখান থেকে তাই আমরা দ্বিতীয় আংশিক ফলটি পাচ্ছি—১ × ২ = ২

শেষ বা সবচেয়ে ভেতরের লাইনটা দিয়ে ২১৪-র ৪-এর সঙ্গে ১২৩-এর ১-কে যুক্ত করা হয়েছে। এখান থেকে আমরা তৃতীয় আংশিক ফলটি পাচ্ছি—৪ × ১ = ৪

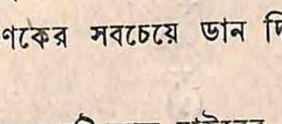
এই তিনটি আংশিক ফল যোগ করে আমরা গুণফলের প্রয়োজনীয় অঙ্কটি বার করেছি—৬ + ২ + ৪ = ১২

লক্ষ্য করো, এখানেও আমরা আগের মতোই বাইরের জোড়ার প্রথম অঙ্কটা বার করেছি। গুণফলের উত্তর লেখার জায়গাটার ঠিক মাথার ওপরে গুণনীয়ের যে অঙ্কটা রয়েছে, সেইটাই 'বাইরের জোড়ার' প্রথম অঙ্ক (অর্থাৎ—২)। 'বাইরের জোড়া'র দ্বিতীয় অঙ্কটাও যথারীতি গুণকের সবচেয়ে ডান দিকের অঙ্ক (বাইরের দিকের)—৩

'মাঝের জোড়ার' অঙ্ক দুটি হচ্ছে বাইরের জোড়ার অঙ্ক দুটির ভেতর দিকে গায়ে গায়ে ঠেকানো দুটি অঙ্ক—১ ও ২। ঠিক একই ভাবে 'ভেতরের জোড়া'র অঙ্ক দুটি হচ্ছে 'মাঝের জোড়া'র অঙ্ক দুটির সঙ্গে গায়ে গায়ে ঠেকানো ভেতর দিকের অঙ্ক দুটি—৪ ও ১।

এরপর গুণ করার নিয়মটার মধ্যে আর নতুনত্ব কিছু নেই। এই প্রক্রিয়াই বার বার প্রয়োগ করতে হবে—শুধু বাঁকা লাইনগুলো গুণনীয়ের মাথার ওপর দিয়ে একটা করে অঙ্ক সরে-সরে বসবে।

চতুর্থ ধাপ ঃ



লক্ষ্য করে দ্যাখো, বাইরের লাইনটা গুণনীয়ের ২-কে ছেড়ে

এক ঘর বাঁ দিকে সরে ০-র ওপর বসেছে, মাঝের লাইনটা ১-কে ছেড়ে এক ঘর বাঁ দিকে সরে ২-এর ওপর বসেছে, আর ভেতরের লাইনটাও একই ভাবে ৪-কে ছেড়ে বাঁ দিকে এক ঘর সরে ১-র ওপর জাঁকিয়ে বসেছে।

বাঁকা লাইন না এঁকে এবার −, = বা ≡ চিহ্ন দিয়ে যথাক্রমে বাইরের লাইন দিয়ে যুক্ত দুটি অঙ্ক, মাঝের লাইন দিয়ে যুক্ত দুটি অঙ্ক ও ভেতরের লাইন দিয়ে যুক্ত দুটি অঙ্ককে বোঝানো হচ্ছে—

০ ০ ০ ২ ১ ৪ × ১ ২ ৩
− = ≡ ≡ = −

৬ ˙৩ ˙২ ২

০ × ৩
\+
২ × ২
\+
১ × ১
\+
(১)

৬

পঞ্চম ধাপ ঃ ঠিক চতুর্থ ধাপের মতোই—

০ ০ ০ ২ ১ ৪ × ১ ২ ৩
− = ≡ ≡ = −

উত্তর ঃ ২ ৬ ˙৩ ˙২ ২

হিসেব ঃ ০ × ৩
\+
০ × ২
\+
১ × ১

২

এইটাই উত্তর।

গুণটা করতে অনেকটা জায়গা লেগেছে, তার কারণ আমরা এতক্ষণ ব্যাপারটা বোঝবার চেষ্টা করছিলাম। আসলে কিন্তু গুণ করবার সময় এত কিছু লেখার দরকার পড়ে না, এত সময়ও লাগে না। অঙ্কগুলোর তলায় শুধু দাগ বসিয়ে গেলেই হয়।

এবার ধাপে ধাপে আরেকটা গুণ করা যাক—

<u>৪০৩ × ২১৫</u>

```
প্রথম ধাপ :   ০ ০ ০ ৪ ০ ৩  ×  ২ ১ ৫
                        –          –
              ___________
                        ·৫
```

```
দ্বিতীয় ধাপ :  ০ ০ ০ ৪ ০ ৩  ×  ২ ১ ৫
                      – =        = –
              ______  ______
                      ৪ ·৫
              ____________
                      ০ × ৫
                        +
                      ৩ × ১
                        +
                       (১)
```

```
তৃতীয় ধাপ :   ০ ০ ০ ৪ ০ ৩  ×  ২ ১ ৫
                    – = ≡      ≡ = –
              ____________
                  · ·৬ ৪ ৫
              ____________
                    ৪ × ৫
                      +
                    ০ × ১
                      +
                    ৩ × ২
```

চতুর্থ ধাপ : ০ ০ ০ ৪ ০ ৩ × ২ ১ ৫

− = ≡ ≡ = −

৬˙ ˙৬ ৪ ˙৫

০ × ৫

\+

৪ × ১

\+

০ × ২

\+

(২)

শেষ ধাপ : ০ ০ ০ ৪ ০ ৩ × ২ ১ ৫

− = ≡ ≡ = −

উত্তর : ৮ ৬ ¨৬ ৪ ˙৫

০ × ৫

\+

০ × ১

\+

৪ × ২

এইটাই গুণফল। এই রকম ভাবে কয়েকবার গুণ করা অভ্যেস করলেই দেখবে কত তাড়াতাড়ি গুণ করতে পারছো। তোমাদের সুবিধের জন্যে আরো কটা গুণ করে পরের পৃষ্ঠায় দেখিয়ে দিচ্ছি। এবার আরো সংক্ষেপে—

২১৩ × ১১৪

	শেষ ধাপ	৪র্থ ধাপ	৩য় ধাপ	২য় ধাপ	১ম ধাপ					
উত্তর :	২	৪	˙২	৮	˙২					
গুণ :	০ ০	০	২	১	৩	×	১	১	৪	
প্রথম ধাপ :					—				—	(৩ × ৪)
দ্বিতীয় ধাপ :				—	=			=	—	(১ × ৪ + ৩ × ১ + ১)
তৃতীয় ধাপ :			—	=	≡		≡	=	—	(২ × ৪ + ১ × ১ + ৩ × ১)
চতুর্থ ধাপ :		—	=	≡			≡	=	—	(০ × ৪ + ২ × ১ + ১ × ১ + ১)
শেষ ধাপ :	—	=	≡				≡	=	—	(০ × ৪ + ০ × ১ + ২ × ১)

১২৩ × ১২১

উত্তর :			১	৪	৮	৮	৩			
	০	০	০	১	২	৩	×	১	২	১
প্রথম ধাপ :						—				—
দ্বিতীয় ধাপ :					—	=			=	—
তৃতীয় ধাপ :				—	=	≡		≡	=	—
চতুর্থ ধাপ :			—	=	≡			≡	=	—
শেষ ধাপ :		—	=	≡				≡	=	—

৬১৩ × ২০৩

	১	২	৪	̈৪	৩	৯				
	০	০	০	৬	১	৩	×	২	০	৩
প্রথম ধাপ :						–				–
দ্বিতীয় ধাপ :					–	=			=	–
তৃতীয় ধাপ :				–	=	≡		≡	=	–
চতুর্থ ধাপ :			–	=	≡			≡	=	–
শেষ ধাপ :		–	=	≡				≡	=	–

এবার তোমরা নিজেরা গুণ করে ছাখো। একটা কথা খেয়াল রাখবে। গুণক বা গুণনীয়ের মধ্যে যদি বড় বড় অঙ্ক থাকে— যেমন, ৬, ৭, ৮, ৯ ইত্যাদি ; তাহলে গুণের সময় হাতের সংখ্যাগুলো হবে বড় বড়। তখন হয়তো একটু অসুবিধে হতে পারে। অভ্যেস করলে অবশ্য সেটা এমন কিছু নয়। তবে, তার জন্যেও আমরা আরেকটা নতুন পদ্ধতি ব্যবহার করতে শিখবো এবার। তার আগে এমনি একটা গুণ করে দেখিয়ে দিচ্ছি—

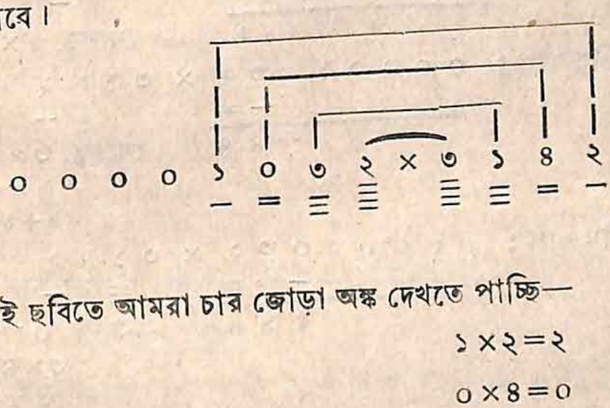
৭৬৪ × ৮৪৭

(৮) (১১) (৬) (২)—হাতে রয়েছে

উত্তর :	৬	৪	৭	১	০	৮				
	০	০	০	৭	৬	৪	×	৮	৪	৭
প্রথম ধাপ :						–				–
দ্বিতীয় ধাপ :					–	=			=	–
তৃতীয় ধাপ :				–	=	≡		≡	=	–
চতুর্থ ধাপ :			–	=	≡			≡	=	–
শেষ ধাপ :		–	=	≡				≡	=	–

যে-কোন অঙ্কের গুণক

ছু' অঙ্কের ও তিন অঙ্কের গুণক দিয়ে আমরা গুণ করতে শিখেছি। গুণক যদি আরো বড় হয়, তবু একই পদ্ধতিতে গুণ করা যাবে। এবার চার অঙ্কের এই গুণকটা ধরা যাক—৩১৪২। এখানে গুণফলের প্রতিটি অঙ্ক বার করার সময় চারটি করে সংখ্যা যোগ দিতে হবে। এই চারটি সংখ্যার প্রত্যেকটি আবার এক জোড়া অঙ্ককে গুণ করে পাওয়া যাবে। কোন্ কোন্ অঙ্ক গুণ করতে হবে, সেটা নীচের ছবিটা দেখলেই বোঝা যাবে। কতগুলো বাঁকা বাঁকা লাইন দেখতে পাচ্ছো? প্রত্যেকটা বাঁকা লাইনের মুখে ছু'টো করে অঙ্ক আছে। তার মানে এক-এক জোড়া অঙ্ককে যুক্ত করেছে এক-একটা বাঁকা লাইন। এক-একটা অঙ্কের জোড়ার অঙ্ক ছুটিকে গুণ করতে হবে। এও সেই 'ভেতরের জোড়া' আর 'বাইরের জোড়া'-র ব্যাপার। নীচের উদাহরণটা দেখলেই ব্যাপারটা পরিষ্কার হয়ে যাবে।



এই ছবিতে আমরা চার জোড়া অঙ্ক দেখতে পাচ্ছি—

১ × ২ = ২

০ × ৪ = ০

৩ × ১ = ৩

২ × ৩ = ৬

গুণ করতে গিয়ে এক সময় আমরা দেখবো যে এই চার জোড়া অঙ্ক বার করে পরস্পরকে গুণ করার প্রয়োজন হচ্ছে। তারপর এই চারটে গুণফলকে যোগ দিতে হবে—২ + ০ + ৩ + ৬ = ১১

মুখে মুখে হিসেব করার সুবিধের জন্য, পুরা ব্যাপারটাকে আমরা এইভাবে লিখতে পারি (কিম্বা মনে মনে আওড়াতে)—

এক-গুণ-দুই—দুই, তার সঙ্গে শূন্য-গুণ-চার যোগ করে—দুই, তার সঙ্গে তিন-গুণ-এক যোগ করে—৫, তার সঙ্গে দুই-গুণ-তিন যোগ করে—১১।

আরেকটা জিনিস লক্ষ্য করো, গুণনীয়ের আগে চারটি শূন্য বসেছে। কেন বসেছো জানো? এখানে গুণক ৩১৪২, চার অঙ্কের একটি সংখ্যা, সেই জন্যেই চারটি শূন্য বসেছে। একেবারে বাঁ দিকের শূন্যটা এমনিতে কোনো কাজে লাগবে না, কিন্তু গুণের শেষ ধাপে যদি হাতে কোনো অঙ্ক থাকে, সেটা ওই শেষ শূন্যটার ঠিক নীচেটায় বসবে। সেই জন্যেই ওই শূন্যটাকে রাখা। যদি দরকার পড়ে।

এবার ধাপে ধাপে গুণটা করে যাচ্ছি—

```
প্রথম ধাপ ঃ  ০ ০ ০ ০ ১ ০ ৩ ২  ×  ৩ ১ ৪ ২
                            –           –
             ———————————————
                            ৪        যেহেতু, ২ × ২ = ৪

দ্বিতীয় ধাপ ঃ ০ ০ ০ ০ ১ ০ ৩ ২  ×  ৩ ১ ৪ ২
                          – =         = –
             ———————————————
                         ·৪ ৪        যেহেতু, ৩ × ২ = ৬,
                                           ২ × ৪ = ৮,
                                           ৬ + ৮ = ১৪

তৃতীয় ধাপ ঃ  ০ ০ ০ ০ ১ ০ ৩ ২  ×  ৩ ১ ৪ ২
                        – = ≡       ≡ = –
             ———————————————
                      ·৫ ·৪ ৪        যেহেতু, ০ × ২ = ০
                                           ৩ × ৪ = ১২
                                           ২ × ১ = ২
                              ০ + ১২ + ২ + হাতে ১ = ১৫

চতুর্থ ধাপ ঃ  ০ ০ ০ ০ ১ ০ ৩ ২  ×  ৩ ১ ৪ ২
                      – = ≡ ≣     ≣ ≡ = –
             ———————————————
                   ·২ ·৫ ·৪ ৪        যেহেতু, ১ × ২ = ২
                                           ০ × ৪ = ০
                                           ৩ × ১ = ৩
                                           ২ × ৩ = ৬
                          ২ + ০ + ৩ + ৬ + হাতে ১ = ১২
```

পঞ্চম ধাপ : ০ ০ ০ ০ ১ ০ ৩ ২ × ৩ ১ ৪ ২

— = ≡ ≣   ≣ ≡ = —

·৪ ·২ ·৫ ·৪ ৪   যেহেতু, ০ × ২ = ০

১ × ৪ = ৪

০ × ১ = ০

৩ × ৩ = ৯

০ + ৪ + ০ + ৯ + হাতে ১ = ১৪

ষষ্ঠ ধাপ : ০ ০ ০ ০ ১ ০ ৩ ২ × ৩ ১ ৪ ২

— = ≡ ≣   ≣ ≡ = —

২ ·৪ ·২ ·৫ ·৪ ৪   যেহেতু, ০ × ২ = ০

০ × ৪ = ০

১ × ১ = ১

০ × ৩ = ০

০ + ০ + ১ + ০ + হাতে ১ = ২

সপ্তম ধাপ : ০ ০ ০ ০ ১ ০ ৩ ২ × ৩ ১ ৪ ২

— = ≡ ≣   ≣ ≡ = —

উত্তর : ৩ ২ ·৪ ·২ ·৫ ·৪ ৪   যেহেতু, ০ × ২ = ০

০ × ৪ = ০

০ × ১ = ০

১ × ৩ = ৩

০ + ০ + ০ + ৩ = ৩

চার অঙ্ককে চার অঙ্ক দিয়ে আরেকটা গুণ করে দিচ্ছি।

<u>৫০৩৪ × ১৪২৩</u>

প্রথম ধাপ : ০ ০ ০ ০ ৫ ০ ৩ ৪ × ১ ৪ ২ ৩

—   —

·২   (৩ × ৪ = ১২)

দ্বিতীয় ধাপ : ০ ০ ০ ০ ৫ ০ ৩ ৪ × ১ ৪ ২ ৩

— =   = —

·৮ ·২   (৩ × ৩ = ৯,

৪ × ২ = ৮,

৯ + ৮ + ১ = ১৮)

তৃতীয় ধাপ : ০ ০ ০ ০ ৫ ০ ৩ ৪ × ১ ৪ ২ ৩

− = ≡   ≡ = −

¨৩ ˙৮ ˙২

(০ × ৩ = ০
৩ × ২ = ৬
৪ × ৪ = ১৬
৬ + ১৬ + ১ = ২৩)

চতুর্থ ধাপ : ০ ০ ০ ০ ৫ ০ ৩ ৪ × ১ ৪ ২ ৩

− = ≡ ≣   ≣ ≡ = −

¨৩ ¨৩ ˙৮ ˙২

(৫ × ৩ = ১৫
০ × ২ = ০
৩ × ৪ = ১২
৪ × ১ = ৪
১৫ + ১২ + ৪ + ২ = ৩৩)

পঞ্চম ধাপ : ০ ০ ০ ০ ৫ ০ ৩ ৪ × ১ ৪ ২ ৩

− = ≡ ≣   ≣ ≡ = −

˙৬ ¨৩ ¨৩ ˙৮ ˙২

(০ × ৩ = ০
৫ × ২ = ১০
০ × ৪ = ০
৩ × ১ = ৩
১০ + ৩ + ৩ = ১৬)

ষষ্ঠ ধাপ : ০ ০ ০ ০ ৫ ০ ৩ ৪ × ১ ৪ ২ ৩

− = ≡ ≣   ≣ ≡ = −

¨১ ˙৬ ¨৩ ¨৩ ˙৮ ˙২

(০ × ৩ = ০
০ × ২ = ০
৫ × ৪ = ২০
০ × ১ = ০
২০ + ১ = ২১)

সপ্তম ধাপ : ০ ০ ০ ০ ৫ ০ ৩ ৪ × ১ ৪ ২ ৩

− = ≡ ≣   ≣ ≡ = −

৭ ¨১ ˙৬ ¨৩ ¨৩ ˙৮ ˙২

(০ × ৩ = ০
০ × ২ = ০
০ × ৪ = ০
৫ × ১ = ৫
৫ + ২ = ৭)

ট্র্যাখ্‌টেনবার্গের পদ্ধতিতে গুণ করতে কত সুবিধা তার অনেক পরিচয় আমরা ইতিমধ্যেই পেয়েছি। যে-কোনো দুটো সংখ্যাকে গুণ করে আমরা একবারে পুরো উত্তরটা পেয়ে যাই। সোজাসুজি গুণ করার নিয়মটা খুবই কাজে লাগে কিন্তু তার মধ্যে সামান্য একটু খুঁত আছে। খুঁতটা আর কিছুই নয়—সংখ্যাদুটোয় যদি বড় বড় অঙ্ক থাকে তাহলে একটু অসুবিধে হয় হিসেব করতে। সেইজন্যে আমরা এবার আরেকটা পদ্ধতিতে গুণ করতে শিখবো। এটাও ট্র্যাখ্‌টেনবার্গের উদ্ভাবন। এই পদ্ধতিটা শেখবার আগে কটা প্রয়োজনীয় কথা বলে নেওয়া দরকার।

● এক ● একটি হরফ বিশিষ্ট সংখ্যাকে অঙ্ক বলে। ১, ২, ৩, ৪ ইত্যাদি অঙ্ক। ০-ও একটি অঙ্ক।

● দুই ● একটি অঙ্ককে আরেকটি অঙ্ক দিয়ে গুণ করলে যে গুণফল পাওয়া যায় সেটিতে হয় একটি অঙ্ক থাকে, নয়তো দুটি। দু'টির বেশী অঙ্ক কখনোই থাকেনা। সবচেয়ে বড় দু'টি অঙ্ক, অর্থাৎ ৯-কে ৯ দিয়ে গুণ করলেই তার প্রমাণ পাওয়া যাবে—৯ × ৯ =৮১ (দুটি অঙ্ক)

● তিন ● একটি অঙ্ককে আরেকটি অঙ্ক দিয়ে গুণ করলে অনেক সময় এক অঙ্কের গুণফল পাওয়া যায়, যেমন—

২ × ৩→৬

৪ × ২→৮

এই রকম ক্ষেত্রে আমরা গুণফলটাকে এখন থেকে দু' অঙ্কের সংখ্যা হিসেবে লিখব, যেমন—

২ × ৩→০৬

৪ × ২→০৮

তার মানে গুণফল এক অঙ্কের হলে আমরা তার আগে একটা শূন্য বসিয়ে নিচ্ছি। এই শূন্যটা বসানোর জন্যে কিন্তু সংখ্যার মান কোন রকম ভাবে পরিবর্তিত হচ্ছেনা। গুণ করার সময় একটা সুবিধে হবে বলেই আমরা এইভাবে লিখছি।

● চার ● দু'অঙ্কের যে-কোন সংখ্যার ডান দিকের অঙ্কটা আছে এককের ঘরে, আর বাঁ দিকের অঙ্কটা আছে দশকের ঘরে। যেমন, ৩৮-এর এককের ঘরে আছে ৮, আর দশকের ঘরে আছে ৩।

● পাঁচ ● এই নতুন পদ্ধতিতে গুণ করার সময় কখনো কখনো দেখা যাবে যে, একটা সংখ্যার শুধু এককের ঘরের অঙ্কটা নিয়ে আমরা হিসেব করছি। যেমন ধরা যাক ২৪—আমরা এই সংখ্যাটা পেয়েছি। তখন হয়তো প্রয়োজন পড়লে আমরা '২৪' টাকে না ধরে শুধু '৪' টাকে ধরবো, অর্থাৎ ২৪-এর এককের ঘরের অঙ্কটাকে। দশকের ঘরের ২-টা হয়তো তখন কাজেই লাগবে না। ঠিক একই ভাবে কখনো কখনো দেখা যাবে আমরা শুধু দশকের অঙ্কটা ধরছি আর এককের অঙ্কটাকে বাদ দিচ্ছি। এই একটা অঙ্ক ধরা আর আরেকটাকে বাদ দেওয়া অবশ্যই খেয়ালখুশির ব্যাপার নয়। একটা নিয়ম অনুযায়ী সেই কাজ করা হবে।

● ছয় ● একটি অঙ্ককে আরেকটি অঙ্ক দিয়ে গুণ করে শুধু একক স্থানের অঙ্ক বা শুধু বা দশক স্থানের অঙ্কটাকে গুণফল হিসেবে লেখাটা অভ্যেস করা দরকার। কয়েকটা উদাহরণ দিচ্ছি নীচে।

এককের উত্তর বার করো—৫ × ৩, ৯ × ৮, ৩ × ২

উত্তর : ৫ × ৩→৫ (যেহেতু ১৫-র এককের ঘরে আছে ৫)
৯ × ৮→২ (যেহেতু ৭২-এর এককের ঘরে আছে ২)
৩ × ২→৬ (যেহেতু ০৬-এর এককের ঘরে ৬ আছে)

দশকের উত্তর বার করো—৫ × ৩, ৯ × ৯, ৩ × ২

উত্তর : ৫ × ৩→১ (যেহেতু ১৫-এর দশকের ঘরে আছে ১)

৯×৮→৭ (যেহেতু ৭২-এর দশকের ঘরে আছে ৭)

৩×২→০ (যেহেতু ০৬-এর দশকের ঘরে ০ আছে)

● সাত ● এবার এই পদ্ধতিতে দু'অঙ্কের একটি সংখ্যাকে যে-কোন একটি অঙ্ক দিয়ে কিভাবে গুণ করা হবে সেটাই বলছি। এককের আর দশকের উত্তর বার করাটা এখন কাজে লাগবে। ধরা যাক ৩৯ কে আমরা ৪ দিয়ে গুণ করবো। ৩৯-এর ডান দিকের অঙ্কটিকে, অর্থাৎ ৯-কে ৪ দিয়ে গুণ করার সময় আমরা শুধু দশকের উত্তরটা ধরবো। আবার ৩৯-এর বাঁদিকের ঘরের অঙ্কটাকে ৪ দিয়ে গুণ করার সময় আমরা শুধু এককের ঘরের অঙ্কটাকে ধরবো। যেমন—

এ দ

৩ ৯ × ৪

(১) ২ ৩ (৬)

লক্ষ্য করো, এখানে ৩৯-এর ৯-এর মাথায় লেখা হয়েছে 'দ' আর ৩-এর মাথায় লেখা হয়েছে 'এ'। তার মানে ৯-কে গুণ করার সময় শুধু দশকের ('দ'-এর তলায়) উত্তর বসবে আর ৩-কে গুণ করার সময় শুধু এককের ('এ'-এর তলায়) উত্তর বসবে। ৯ কে ৪ দিয়ে গুণ করলে ৩৬ পাওয়া যায়। ৯-এর মাথায় 'দ' আছে বলে আমরা শুধু ৩৬-এর দশকের ঘরের ৩-টাকে নিয়েছি, ৬-টাকে রাখা হয়েছে বন্ধনীর মধ্যে। একই ভাবে ৩ কে ৪ দিয়ে গুণ করে ১২ পাওয়া গেছে। ৩-এর মাথায় 'এ' আছে বলে আমরা ১২ এর এককের অঙ্ক ২-টাকে শুধু নিয়েছি আর ১ টাকে রেখেছি বন্ধনীর মধ্যে।

আরেকটা উদাহরণ—

এ দ

৭ ২ × ৩

(২) ১ ০ (৬)

এখানে ২-কে ৩ দিয়ে গুণ করে এক অঙ্কের গুণফল পাওয়া গেছল—৬। তাই ৬-এর আগে ০ বসিয়ে সেটাকে প্রথমে দুই অঙ্কের সংখ্যা করে নেওয়া হয়েছে। তারপর আগের মতোই ০৬-এর দশকের অঙ্ক শূন্যটাকে ধরা হয়েছে আর ৬ টাকে রাখা হয়েছে বন্ধনীর মধ্যে। একই ভাবে ৭ কে ৩ দিয়ে গুণ করে পাওয়া গেছে ২১। ২১-এর এককের ঘরের অঙ্ক ১ টাকে নেওয়া হয়েছে আর ২ টাকে রাখা হয়েছে বন্ধনীর মধ্যে।

দু' অঙ্কের যে-কোন সংখ্যাকে একটা অঙ্ক দিয়ে গুণ করার সময় আমরা এই পদ্ধতি অনুসরণ করবো। খুব ভাল করে মনে রাখা দরকার যে গুণনীয়ের ডান দিকের অঙ্কের তলায় দশকের উত্তর নেওয়া হবে আর বাঁ দিকের অঙ্কের তলায় এককের উত্তর নেওয়া হবে।

● আট ● এই পদ্ধতির পরবর্তী ধাপ হল, গুণফলের জায়গায় যে অঙ্কদুটি পাওয়া গেছে সেই দুটিকে যোগ করা। যেমন, ৩৯ কে ৪ দিয়ে গুণ করে আমরা পেয়েছিলাম ২ ও ৩

```
      এ   দ
      ৩   ৯ × ৪
  ---------------
  (১) ২   ৩ (৬)
      ↓   ↓
      ২ + ৩ = ৫
  ---------------
```

এই ২ ও ৩ কে যোগ করতে হবে এবার।

একই ভাবে ৭২ কে ৩ দিয়ে গুণ করবার সময়

```
      এ   দ
      ৭   ২ × ৩
  ---------------
  (২) ১   ০ (৬)
      ↓   ↓
      ১ + ০ = ১
```

এতক্ষণে বোঝা যাচ্ছে, এই পদ্ধতিতে ৩৯ কে ৪ দিয়ে বা ৭২ কে ৩ দিয়ে গুণ করে আমরা শুধু এক অঙ্ক বিশিষ্ট একটা গুণফল পাচ্ছি। মনে রেখো, এটা কিন্তু পুরো গুণফল নয়! গুণফল বার করার জন্যে যেভাবে এগোতে হবে সেইটাই এখন আমরা শিখছি। এই পদ্ধতিতে গুণ করার সময় এই নিয়মটা খুব ভাল ভাবে শেখা দরকার, তাই আরো দু'টো গুণ করে দেখিয়ে দিচ্ছি নীচে—

এ দ

প্রশ্ন : ৪ ৭×৮

উত্তর : (৩) ২ ৫ (৬)

২+৫

৭

এ দ

প্রশ্ন : ৪ ৭×২

উত্তর : (০) ৮ ১ (৪)

৮+১

৯

এবার একটা কথা বলে নিই। সত্যিকার গুণ করবার সময় কিন্তু এইভাবে এত কিছু লেখার দরকার হবে না। তখন শুধু ৪৭×২ লিখে তার নীচে একেবারে ৫ বসিয়ে দেওয়া যাবে। বাকী হিসেবটুকু মনে মনে সারা মোটেই শক্ত নয়। শুধু একটু অভ্যেস দরকার। ৪৭×২ —এই লেখাটা দেখা মাত্র তখন প্রথমেই তোমার মনে দু'টো অঙ্কের কথা জাগবে—১ ও ৮। কারণ সাত দু'গুণে চোদ্দর ১ টা আর চার দু'গুণে আট-এর ৮ টা শুধু ধরা হবে। তারপর ১ আর ৮ যোগ করে ৯। ৪৭ কে ২ দিয়ে গুণ করে

আমরা শেষ পর্যন্ত ৯-টাকে যে পদ্ধতিতে পেয়েছি তার নাম দেওয়া যেতে পারে—'যুগ্ম ফল'। তার মানে ৪৭ কে ২ দিয়ে গুণ করে আমরা 'যুগ্ম ফল' পেয়েছি ৯।

যুগ্ম ফল—যুগ্ম ফল এমন একটি সংখ্যা, যেটি বার করার জন্য এক জোড়া অঙ্ককে আরেকটি অঙ্ক দিয়ে এক বিশেষ পদ্ধতিতে গুণ করতে হয়। সেই বিশেষ পদ্ধতিটি এই রকম—এক অঙ্কের গুণক দিয়ে আমরা গুণনীয়ের অঙ্ক দুটিকে আলাদা আলাদা গুণ করি। গুণনীয়ের ডান দিকের অঙ্কটিকে গুণ করার পর যে গুণফল পাওয়া যায় তার দশকের অঙ্কটি নেওয়া হয় ও গুণনীয়ের বাঁ দিকের অঙ্কটিকে গুণ করার পর যে গুণফল পাওয়া যায় তার এককের অঙ্কটিকে নেওয়া হয়। তারপর এই অঙ্ক দুটি যোগ করে 'যুগ্ম ফল' পাওয়া যায়।

এত কাণ্ড কেন করা হচ্ছে সেটা একটু পরেই বুঝতে পারবে। একটা কথা তবু জেনে রাখা ভাল। হিসেব করার সময় যাতে একসঙ্গে খুব বেশী অঙ্ক নিয়ে হিমশিম খেতে না হয় তার জন্যেই এই পদ্ধতির প্রয়োজন।

যুগ্মফল বার করার আরো কয়েকটা উদাহরণ দিলে ব্যাপারটা পরিষ্কার হয়ে যাবে।

৮২ × ৫

মনে মনে হিসেব করলেই উত্তর পেয়ে যাবে—১। বুঝতে অসুবিধে হচ্ছে, তাহলে দ্যাখো, কিভাবে ১টা বেরোল—

এ দ

৮ ২ × ৫

(৪) ০ ১ (০)

— —

০ + ১ (২ × ৫ = ১০, ৮ × ৫ = ৪০)

যুগ্মফল : ১

৪১ × ৩

```
      এ   দ
      ৪   ১×৩
  (১) ২   ০ (৩)     (১×৩=০৩, ৪×৩=
      —   —                    ১২)
      ২+০
```

যুগ্ম ফল : ২

৩৮ × ৬

```
      এ   দ
      ৩   ৮×৬
  (১) ৮   ৪ (৮)     (৮×৬=৪৮, ৩×৬=
      —   —                    ১৮)
      ৮+৪
```

যুগ্ম ফল : ১২ বা ·২

এখানে যুগ্ম ফল দেখা যাচ্ছে দু'ই অঙ্ক বিশিষ্ট একটি সংখ্যা। এই সংখ্যাটির ২ নামবে, হাতে থাকবে ১। আমরা জানি যুগ্ম ফল বার করার সময় দুটি অঙ্ককে যোগ করা হয়। তাই যুগ্ম ফল যাই হোক না, তা কখনো ১৮-এর বেশী হতে পারেনা কাজেই হাতেও কখনো ১-এর বেশী কিছু থাকতে পারে না। এই জন্যেই হিসেব করতে খুব সুবিধা হয়।

খেয়াল রাখা চাই কিন্তু

যখনই দু'টি অঙ্ককে গুণ করে এক অঙ্ক বিশিষ্ট গুণফল পাবে, খুব সতর্ক হয়ে যাবে। যেমন, ২ কে ২ দিয়ে গুণ করলে পাওয়া যায়—৪। সঙ্গে সঙ্গে ৪-এর আগে একটি শূন্য বসিয়ে নেওয়া দরকার—০৪। এবার ০৪-এর এককের ঘরের অঙ্ক হবে ৪, আর

দশকের ঘরের অঙ্ক ০। সতর্ক না থাকলে ভুল হতে পারে। যেমন ধরো ৫৪ × ২ এর যুগ্ম ফল বার করতে হবে—

```
        এ  দ
        ৫  ৪ × ২
     ─────────────
     (১) ০  ০ (৮)      (৪ × ২ = ০৮, ৫ × ২ =
         ─  ─                          ১০)
         ০ + ০
        ───────
যুগ্ম ফল :  ০
```

যুগ্ম ফল বার করার মধ্যে কোনই ঝামেলা নেই, দরকার শুধু অভ্যেস। প্রথমেই যে গুণফল দুটো পাওয়া যাবে, তার ভেতর দিককার অঙ্ক দুটোকে যোগ করলেই যুগ্ম ফল বেরিয়ে পড়বে।

যেমন,

```
        এ  দ
        ১  ৮ × ৪
     ─────────────
     (০) ৪  ৩ (২)
         ─  ─
         ৪ + ৩
        ───────
           ৭
```

এখানে প্রথম দুটো গুণফল হচ্ছে—৮ × ৪ = ৩২
১ × ৪ = ০৪

৩২-এর ভেতর দিকের অঙ্ক (দশকের স্থানে) ৩ আর ০৪-এর ভেতর দিকের অঙ্ক (এককের স্থানে) ৪। ৩ আর ৪ যোগ করে ৭। এই হিসেবটা খুব সহজেই মনে মনে সেরে ফেলা যায়।

নীচে কয়েকটা যুগ্ম ফল বার করবার অঙ্ক করতে দেওয়া হয়েছে। প্রথমে লিখে অভ্যেস করো, তারপর মনে মনে। 'যুগ্ম ফল' বার করাটা সড়গড় না হওয়া পর্যন্ত কিন্তু এর পরের নির্দেশগুলো জানবার চেষ্টা করো না। তাতে কোনো লাভ হবে না।

যুগ্ম ফল বার করো :

```
    এ দ                      এ দ
(১) ৬ ৪ × ৪              (২) ৩ ৫ × ৬
```

এ দ
(৩) ৬ ৩ × ৩

এ দ
(৪) ৭ ৫ × ৭

এ দ
(৫) ৬ ৬ × ৫

এ দ
(৬) ২ ৬ × ৫

এ দ
(৭) ৭ ২ × ৭

এ দ
(৮) ৯ ৪ × ৫

এ দ
(৯) ৪ ৩ × ৮

এ দ
(১০) ১ ৬ × ৬

উত্তর : (১) ৫ (২) ·১ (৩) ৮ (৪) ·২ (৫) ৩ (৬) ৩ (৭) ·০ (৮) ৭ (৯) ৪ (১০) ৯।

একটি অঙ্ক দিয়ে গুণ

এতক্ষণ আমরা শুধু 'যুগ্ম ফল' বার করতে শিখেছি। এবার আমরা পুরো গুণটা করবো। এবং এই গুণ করার জন্যেই 'যুগ্ম ফল' বার করতে শিখতে হয়েছে। প্রথমে আমরা এক অঙ্কের গুণক দিয়ে গুণ করতে শিখবো। গুণ করতে শুরু করার আগেই বলা দরকার যে আসল কথাটা হল—প্রত্যেকটা 'যুগ্ম ফল' গুণফলের এক-একটা অঙ্ক।

এবার একটা গুণ করে দেখা যাক। ধরো ৩১১৪-কে ৬ দিয়ে গুণ করা হবে। যথারীতি ৩১১৪-এর আগে একটা শূন্য বসিয়ে নেওয়া দরকার। তাহলে ৩১১৪ হল ০৩১১৪। আমরা জানি গুণ করার প্রথম ধাপেই গুণফলের প্রথম যে অঙ্কটা বেরোবে, সেটা বসবে ০৩১১৪-এর ৪-এর তলায়। এবার এই ৪-টার মাথায় 'এ' বসিয়ে নাও। যখন যে-অঙ্কটার তলায় গুণফলের অঙ্কটা বসবার কথা তার মাথায় 'এ' বসিয়ে দেবে আর তার ডান ধারের অঙ্কটার মাথায় বসাবে—'দ'। ০৩১১৪-এর ৪-এর মাথায় 'এ' বসাবার পর দেখতেই পাচ্ছ যে তার ডান ধারে আর কোন অঙ্ক নেই যার মাথায়

'দ' বসানো যায়। কাজেই 'দ' এখানে শূন্য। এবার ছাখো, কিভাবে লিখতে হবে—

এ দ

প্রথম ধাপ : ০ ৩ ১ ১ ৪ ×৬

৪

যেহেতু ৪ × ৬ = ২৪, ২৪-এর একক স্থানে রয়েছে ৪।

এ দ

দ্বিতীয় ধাপ : ০ ৩ ১ ১ ৪ × ৬

৮ ৪

'এ' হরফটা এবার ০৩১১৪-এর ৪-কে ছেড়ে তার বাঁ পাশের ঘরে ১-এর মাথায় এসেছে। 'দ'-টা বসেছে ঠিক তার ডান পাশে ৪-এর মাথায়। যেহেতু, ১ × ৬ = ০৬ ও ৪ × ৬ = ২৪

২৪-এর দশক স্থানে আছে ২ ও ০৬-এর একক স্থানে আছে ৬। ২ ও ৬ যোগ করে, যুগ্মফল—২ + ৬ = ৮

তৃতীয় ধাপ : এবারো আগের মতোই 'এ' ও 'দ' দুটো হরফই বাঁ দিকে এক ঘর সরে যাবে। আবার মনে করিয়ে দিই, গুণ-ফলটা যে অঙ্কটার তলায় বসবে, ঠিক সেই অঙ্কটারই মাথার ওপর বসবে 'এ', আর তার ডান পাশের অঙ্কটার ওপর 'দ'।

এ দ

০ ৩ ১ ১ ৪ × ৬

৬ ৮ ৪

যেহেতু, ১ × ৬ = ০ ৬ ও ১ × ৬ = ০ ৬

০৬-এর এককের ঘরের ৬-এর সঙ্গে ০৬-এর দশকের ঘরের ০ যোগ করে যুগ্মফল—০ + ৬ = ৬।

চতুর্থ ধাপ : আগের মতোই 'এ' ও 'দ'-কে এক ঘর বাঁ দিকে সরিয়ে বসাও।

এ দ
০ ৩ ১ ১ ৪ × ৬
৮ ৬ ৮ ৪

যেহেতু, ৩ × ৬ = ১৮ ও ১ × ৬ = ০৬

০৬-এর দশক স্থানের ০-এর সঙ্গে ১৮-এর একক স্থানের ১ যোগ করে, যুগ্মফল—৮ + ০ = ৮

পঞ্চম ধাপ : আরো এক ঘর বাঁ দিকে সরে বসবে 'এ' ও 'দ'।

এ দ
০ ৩ ১ ১ ৪ × ৬
১ ৮ ৬ ৮ ৪

যেহেতু, ০ × ৬ = ০০ ও ৩ × ৬ = ১৮

১৮-এর দশক স্থানের ১-এর সঙ্গে ০০-এর একক স্থানের ০ যোগ করে, যুগ্মফল—১ + ০ = ১

এটা খুব পরিষ্কার যে 'এ' বা 'দ' যদি কোন '০'-এর মাথায় বসে, তাহলে তার এককের বা দশকের স্থানের অঙ্ক বার করা নিয়ে কোনো ঝামেলার দরকার নেই। দু'টোই শূন্য হবে।

এবার আরো কয়েকটা গুণ করে খানিকটা অভ্যেস করে নেওয়া যাক্, তাহলে এরপরে বড়-বড় গুণ করা সহজ হবে। এবার আর আমরা 'এ' বা 'দ' না লিখে তার জায়গায় একটা আর দুটো করে দাঁড়ি বসাবো। একটা দাঁড়ি (—) 'এ' বোঝাবে আর দুটো দাঁড়ি (=) 'দ' বোঝাবে।

৭৫৯ × ৮

— =
প্রথম ধাপ : ০ ৭ ৫ ৯ × ৮
২,

যেহেতু, ৭২ (৯ × ৮) এর 'এ' ঘরে আছে ২।

দ্বিতীয় ধাপ : $\overset{-=}{\text{০ ৭ ৫ ৯}} \times ৮$

৭ ২,

যেহেতু, ৭২ (৯ × ৮)-এর দশক ঘর-এর ৭ + ৪০ (৫ × ৮)-এর একক ঘরের ০ = ৭

তৃতীয় ধাপ : $\overset{-=}{\text{০ ৭ ৫ ৯}} \times ৮$

·০ ৭ ২

যেহেতু, ৪০ (৫ × ৮)-এর দশক ঘরের ৪ + ৫৬ (৭ × ৮)-এর একক ঘরের ৬ = ১০ = ·০

চতুর্থ ধাপ : $\overset{-=}{\text{০ ৭ ৫ ৯}} \times ৮$

৬ ০ ৭ ২

যেহেতু, ৫৬ (৭ × ৮)-এর দশক ঘরের ৫ + ০ = ৫, ৫ + হাতের ১ = ৬

৭৫৯ × ৮ = ৬০৭২

৭৮৬৯ × ৯

প্রথম ধাপ : $\overset{-=}{\text{০ ৭ ৮ ৬ ৯}} \times ৯$

১

যেহেতু, ৮১ (৯ × ৯)-এর একক ঘরের ১

দ্বিতীয় ধাপ : $\overset{-=}{\text{০ ৭ ৮ ৬ ৯}} \times ৯$

·২ ১

যেহেতু, ৮১ (৯ × ৯)-এর দশক ঘরের ৮ + ৫৪ (৬ × ৯)-এর একক ঘরের ৪ = ১২ = ·২

তৃতীয় ধাপ : $\overset{-\ =}{০\ ৭\ ৮\ ৬\ ৯}\times ৯$

$\underline{\qquad\qquad}$ ৮ ˙২ ১

যেহেতু ৫৪ (৬ × ৯)-এর দশক ঘরের <u>৫</u>+৭২ (৮ × ৯)-এর একক ঘরের ২ <u>=</u> ৭, ৭+ হাতের ১ = ৮

চতুর্থ ধাপ : $\overset{-\ =}{০\ ৭\ ৮\ ৬\ ৯}\times ৯$

˙০ ৮ ২ ১

যেহেতু, ৭২ (৮ × ৯)-এর দশক ঘরের <u>৭</u>+৬৩ (৭ × ৯)-এর একক ঘরের <u>৩</u> = ১০ = ˙০

পঞ্চম ধাপ : $\overset{-\ =}{০\ ৭\ ৮\ ৬\ ৯}\times ৯$

৭ ˙০ ৮ ২ ১

যেহেতু, ৬৩ (৭ × ৯)-এর দশক ঘরের ৬ + হাতের ১ = ৭

৭৮৬৯ × ৯ = ৭০৮২১

<u>৯৩১৮ × ৬</u>

প্রথম ধাপ : $\overset{-\ =}{০\ ৯\ ৩\ ১\ ৮}\times ৬$

৮

যেহেতু, ৪৮ (৮ × ৬)-এর একক ঘরের ৮

দ্বিতীয় ধাপ : $\overset{-\ =}{০\ ৯\ ৩\ ১\ ৮}\times ৬$

˙০ ৮

যেহেতু, ৪৮ (৮ × ৬)-এর দশক ঘরের <u>৪</u>+০৬ (১ × ৬)-এর একক ঘরের <u>৬</u> = ১০ = ˙০

তৃতীয় ধাপ: ০ ৯ ৩ ১ ৮ × ৬

৯ ০ ৮

যেহেতু, ০৬ (১ × ৬) এর দশক ঘরের ০ + ১৮ (৩ × ৬)-এর একক ঘরের ৮ = ৮, ৮ + হাতের ১ = ৯

চতুর্থ ধাপ: ০ ৯ ৩ ১ ৮ × ৬

৫ ৯ ০ ৮

যেহেতু, ১৮ (৩ × ৬)-এর দশক ঘরের ১ + ৫৪ (৯ × ৬)-এর একক ঘরের ৪ = ৫

পঞ্চম ধাপ: ০ ৯ ৩ ১ ৮ × ৬

৫ ৫ ৯ ০ ৮

যেহেতু, ৫৪ (৯ × ৬)-এর দশক ঘরের ৫ + ০ = ৫

৯৩১৮ × ৬ = ৫৫৯০৮

ব্যাপারটা বুঝতে এখন আর তোমাদের নিশ্চয় কোনো অসুবিধে নেই। তোমরা অনেকেই হয়তো মনে মনে ভাবছো যে ৬, ৭, ৮ বা ৯ দিয়ে এইসব গুণ তো এমনিতেই কত সহজে করে ফেলা যায়, এত কাণ্ড করার দরকার কি? কথাটা একদিক দিয়ে সত্যি আবার একদিক দিয়ে সত্যি নয়। কারণ এই পদ্ধতিটা ছোট ছোট গুণের বেলায় তেমন প্রয়োজনীয় বলে মনে না হলেও, বড় বড় গুণের বেলায় কিন্তু খুব সুবিধে হবে। সেটা তোমরা একটু বাদেই নিজেরাই দেখতে পাবে। বড় গুণ করা শেখবার জন্যেই আমরা এই পদ্ধতিটা আস্তে আস্তে রপ্ত করার চেষ্টা করছি। তাই এক্ষুণি অধৈর্য হবার কোনো কারণ নেই।

'এ' ও 'দ'-এর বদলে দু'টো আঙুল—গুণ করার সুবিধার জন্যে এবার আরেকটা কথা বলি। তোমরা দেখেছো, গুণ করার সময় কি-রকম ভাবে ধাপে ধাপে 'এ' ও 'দ' এক ঘর এক ঘর করে বাঁ দিকে সরে যায়। তাই মনে মনে হিসেব করার সময় অঙ্কগুলো গোলমাল হয়ে যাবার একটা ভয় থাকে। এই ভয়টা খুব সহজেই এড়ানো যায় যদি 'এ' ও 'দ'-এর বদলে বাঁ হাতের দুটো আঙুল ব্যবহার করা হয়। বুড়ো আঙুলের পাশের দুটো আঙুল (মধ্যমা ও তর্জনীকে) খুলে রেখে বাকী আঙুলগুলো মুড়ে রাখো। তারপর গুণ করার সময় এই আঙুল দুটোকে এক ঘর-এক ঘর করে বাঁ দিকে সরিয়ে যাও। খেয়াল রাখবে, এই দু'টো আঙুলের মধ্যে লম্বাটা (বাঁ দিকে) হচ্ছে 'এ' আর বেঁটেটা (ডান দিকে) হচ্ছে 'দ'। তাহলেই দেখবে কত সহজে গুণ করতে পারছো। কাগজে আর কলম ঠেকাতে হবে না, শুধু মনে মনে হিসেব করে পুরো গুণফলটা বসিয়ে ফেলতে পারবে গুণনীয়ের তলায়।

নীচে কয়েকটা গুণ দেওয়া হল। এই পদ্ধতিতে করে ছাখো, উত্তর মিলছে কিনা। অভ্যেস করার জন্যে নিজেরাও খুশীমতো গুণ করে দেখতে পারো। যতক্ষণ না এইভাবে গুণ করাটা একেবারে রপ্ত হচ্ছে আরো বড় গুণ করার জন্যে ব্যস্ত হওনা একটুও। এটা যদি শিখতে পারো, এর পরেরটুকু শিখতে আর কোনোই অসুবিধা থাকবে না।

(১) ৫৬×৮ (২) ৪২৭×৪
(৩) ১১৩৪×৯ (৪) ১৬৯১২৬×৬

উত্তর: (১) ৪৪৮ (২) ১৭০৮
(৩) ১০২০৬ (৪) ১০১৪৭৫৬

দুটি অঙ্ক দিয়ে গুণ

এতক্ষণ আমরা শুধু এক অঙ্ক দিয়ে তাড়াতাড়ি গুণ করতে শিখেছি, এবার শিখবো দুই অঙ্ক দিয়ে। ব্যাপারটা কিছুই নয়।

তোমাদের কি মনে আছে, সোজা পথে কিভাবে গুণ করতে শিখেছিলে ? এবারো ঠিক সেইভাবেই আমরা এগোব আর তার সঙ্গে যোগ হবে এবারের শেখা 'যুগ্ম ফল' বার করার পদ্ধতি। শুধু 'দু' অঙ্কই নয়, তার চেয়ে বেশী অঙ্কের সংখ্যা দিয়েও একই ভাবে গুণ করা যাবে।

সোজা পথে গুণ করার সময় তোমরা দেখেছো যে, 'বাইরের জোড়া' আর 'ভেতরের জোড়া' বার করে নিয়ে ধাপে ধাপে গুণের কাজ করতে হয়। এখানেও সেই একই ব্যাপার ঘটবে। ধরা যাক্ ৭৩-কে আমরা ৫৪ দিয়ে গুণ করব। সোজা পথে গুণ করার সময় এরকম ভাবে আমরা গুণ করেছি। সেই পদ্ধতিটা আবার নতুন করে দেখাচ্ছিনা, শুধু এক ধাপ থেকে অন্য ধাপে কিভাবে জায়গা বদল করে জোড়া-জোড়া অঙ্ক বার করতে হয় ও গুণফলের অঙ্কগুলো এক এক করে কিভাবে বসে, সেইটাই আগে দেখিয়ে দিচ্ছি। নীচে প্রত্যেক ধাপে একটা করে × চিহ্ন সেই স্থানটি নির্দেশ করছে। ×-চিহ্নের জায়গায় গুণফলের অঙ্কটির বসার কথা। আমরা এখন শুধু সেই জায়গাটাই দেখাচ্ছি। হিসেব করছি না।

প্রথম ধাপ : ০ ০ ৭ ৩ × ৫ ৪
×

দ্বিতীয় ধাপ : ০ ০ ৭ ৩ × ৫ ৪
×

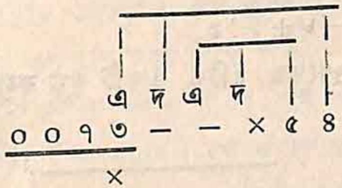
তৃতীয় ধাপ : ০ ০ ৭ ৩ × ৫ ৪
×

চতুর্থ ধাপ : ০ ০ ৭ ৩ × ৫ ৪
×

হাতে কোনো অঙ্ক না থাকলে চতুর্থ ধাপের ×-চিহ্নটির জায়গায় কিছুই বসবে না।

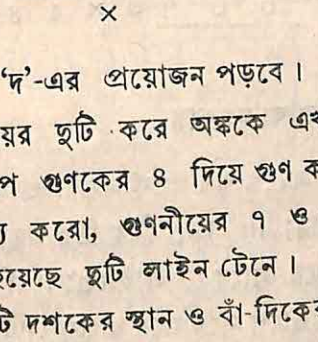
এর আগে আমরা এইভাবেই গুণ করেছি। এবার ছ্যাখো 'দ্রুত গুণ' এর বেলায় কিরকম হবে। এবারো আমরা হিসেব করছি না, শুধু লক্ষ্য করে যাও একজোড়া লাইন কিভাবে ধাপে ধাপে সরে যাচ্ছে।

প্রথম ধাপ ঃ



তিনটে লাইন এখানে কোনো কাজে না লাগলেও পরের ধাপে দরকার হবে। লক্ষ্য করো, এখানেও আগের মতো গুণফলের অঙ্কটা যেখানে বসার কথা (×), ঠিক তার মাথার ওপরের অঙ্কটা 'বাইরের জোড়া'-র একটি অঙ্ক। আগের মতোই ৩ ও ৪ এখানে 'বাইরের জোড়া' আর 'ভেতরের জোড়া'— ০ ও ৫।

দ্বিতীয় ধাপ ঃ



এইবার 'এ' ও 'দ'-এর প্রয়োজন পড়বে। গুণকের প্রত্যেকটি অঙ্ক দিয়ে গুণনীয়ের দুটি করে অঙ্ককে এখন গুণ করতে হবে। যেমন দ্বিতীয় ধাপে গুণকের ৪ দিয়ে গুণ করতে হবে গুণনীয়ের ৭ ও ৩ কে। লক্ষ্য করো, গুণনীয়ের ৭ ও ৩-এর সঙ্গে গুণকের ৪ কে যুক্ত করা হয়েছে দুটি লাইন টেনে। এই লাইনটির মধ্যে ডান্ দিকের লাইনটি দশকের স্থান ও বাঁ-দিকের লাইনটি এককের স্থান নির্দেশ করছে। তার মানে যুগ্ম ফল বার করতে হলে ৪ দিয়ে ৭ কে গুণ করে এককের অঙ্ক নিতে হবে, তারপর ৪ দিয়ে ৩ কে

গুণ করে দশকের অঙ্ক নিতে হবে ও তারপর এই দুটি অঙ্ক যোগ করতে হবে। অর্থাৎ—

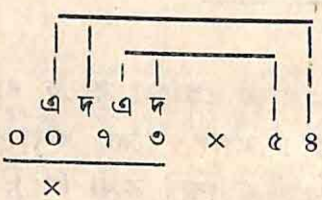
৭ × ৪ → (২) ৮ → ৮ (একক অঙ্ক)

৩ × ৪ → ১ (২) → ১ (দশক অঙ্ক)

যুগ্ম ফল — ৮ + ১ → ৯

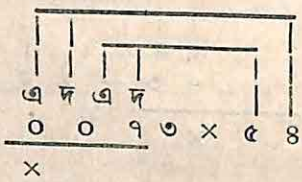
একইভাবে গুণকের ৫টিও একটি যুগ্ম ফল বার করার কাজে লাগবে।

তৃতীয় ধাপ :



এবারো সবই ঠিক আগের মতো আছে, শুধু লাইনগুলো একটা করে অঙ্ক বাঁ দিকে সরে গেছে। এবার গুণকের ৪-এর সঙ্গে গুণনীয়ের ০ ও ৭ যুক্ত হয়েছে এবং গুণকের ৫-এর সঙ্গে যুক্ত হয়েছে ৭ ও ৩।

চতুর্থ ধাপ :

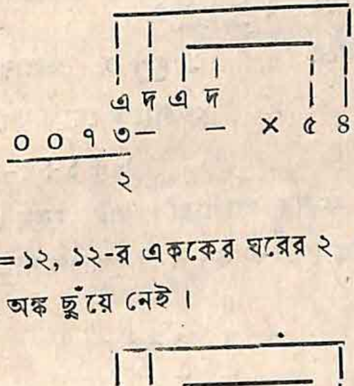


ভাল করে মনে রাখা দরকার

এই লাইনগুলো সম্বন্ধে খুব সতর্ক হওয়া প্রয়োজন। লাইনগুলো যদি ঠিক মতো টানা না হয়, ঠিক ঠিক অঙ্কের মাথায় না পড়ে, তাহলে সব ভুল হয়ে যাবে। লাইনগুলো কিভাবে টানা হচ্ছে এবং কি-ভাবে ধাপে ধাপে সরে সরে যাচ্ছে সেটা যদি বুঝতে পারো তাহলে আর কোনো ভুল হবার সম্ভাবনা নেই, কারণ, যুগ্ম ফল বার করাটা তোমরা ইতিমধ্যেই রপ্ত করে ফেলেছ।

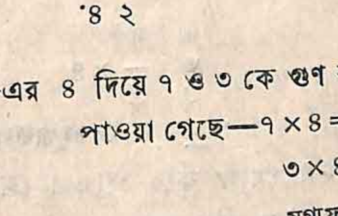
সব সময় মনে রাখবে যে, গুণফলের অঙ্কটা যেখানে বসছে, ঠিক তার মাথার ওপরের অঙ্কটা হচ্ছে 'বাইরের জোড়া'র একটা অঙ্ক এবং সেটা যুগ্ম ফলের একক ঘরের অঙ্ক। 'বাইরের জোড়া'র এই অঙ্কটার ঠিক ডান পাশের অঙ্কটা হচ্ছে ওই যুগ্ম ফলের দশক ঘরের অঙ্ক। ভেতরের জোড়ার অঙ্ক দু'টোর বেলায়ও ঠিক একই ভাবে আরেকটি যুগ্ম ফল বার করে নিতে হবে। এবারেও ভেতরের জোড়ার প্রথম অঙ্কটা থেকে একক ঘরের অঙ্ক পাওয়া যাবে ও তার ডান পাশের অঙ্কটা (গুণনীয়র) থেকে দশক ঘরের অঙ্ক পাওয়া যাবে। প্রথম প্রথম অভ্যেস করার সময় লাইন টেনে গুণ করতে পারো। পরে আর তার দরকার হবে না। মনে মনেই হিসেব করতে পারবে। এবার পুরো অঙ্কটা করে দিচ্ছি—

প্রথম ধাপ :



যেহেতু ৩ × ৪ = ১২, ১২-র এককের ঘরের ২ নেমেছে। বাকী লাইনগুলি কোনো অঙ্ক ছুঁয়ে নেই।

দ্বিতীয় ধাপ :



৫৪-এর ৪ দিয়ে ৭ ও ৩ কে গুণ করে

পাওয়া গেছে— ৭ × ৪ = (২) ৮ → ৮ (এ)

৩ × ৪ = ১ (২) → ১ (দ)

যুগ্মফল = ৯

আবার ৫৪-এর ৫ দিয়ে ৩ কে গুণ করে

পাওয়া গেছে—৩ × ৫ = (১)৫ → ৫(এ)

যুগ্মফল = ৫

গুণফলের জায়গায় বসেছে দুটি যুগ্ম ফলের

সমষ্টি = ৯ + ৫ = ১৪

= ·৪

পুরো ব্যাপারটাকে আরেক ভাবে লিখে দেখাচ্ছি বোঝাবার সুবিধের জন্যে—

এ—দ←———

এ-দ←——

০ ০ ৭ ৩ — × ৫ ৪

উত্তর : ·৪ ২

৪ দিয়ে গুণ করে ২ ৮ + ১ ২

৫ দিয়ে গুণ করে ১ ৫ + ০, তলায় দাগ টানা অঙ্ক-গুলোকে যোগ করে পাওয়া গেছে—

৮ + ১ + ৫ → ১৪ → ·৪

৪ দিয়ে গুণ করার ব্যাপারটা এই রকম। ৫৪-এর ৪ দিয়ে আমরা ৭৩-এর অঙ্ক দুটিকে গুণ করে যুগ্মফল বার করছি, অর্থাৎ—

এ দ

৭ ৩ × ৪

↓ ↓

২ ৮ ১ ২ → যুগ্মফল ৯

একই ভাবে ৫ দিয়ে আমরা ৩ ও শূন্যকে গুণ করে যুগ্মফল বার করছি—

এ দ

৩ — × ৪

↓ ↓

১ ৫ ০ ০ → যুগ্মফল ৫

এই দু'টি যুগ্মফল যোগ করে পাওয়া গেছে ১৪। ১৪-র ৪ নেমেছে উত্তরের জায়গায়, হাতে আছে ১।

কিছুটা অভ্যেস করে নেবার পর দেখা যাবে, গুণ করার সময় কিছুই লেখবার দরকার পড়বে না, মনে মনে হিসেব করে সরাসরি উত্তরটা লিখে দেওয়া যাবে।

তৃতীয় ধাপ ঃ

```
          এ--দ←————┐
             এ--দ←—┐ │
                   │ │
  ০ ০ ৭ ৩  ×  ৫ ৪
```

উত্তর ঃ	৯ ৪ ২
৪ দিয়ে গুণ করে ঃ	০+২৮
৫ দিয়ে গুণ করে ঃ	৩৫+১৫

তলায় দাগ-দেওয়া একক ও দশক ঘরের অঙ্কগুলো (০, ২, ৫ ও ১) যোগ করে পাওয়া গেল—০+২+৫+১=৮, ৮-এর সঙ্গে হাতের ১ (ফুট্‌কি) যোগ করে ৯।

চতুর্থ ধাপ ঃ

```
          এ--দ←————┐
             এ--দ←—┐ │
                   │ │
  ০ ০ ৭৩  ×  ৫ ৪
```

উত্তর ঃ	৩ ৯ ˙৪ ২
৪ দিয়ে গুণ করে ঃ	০+০
৫ দিয়ে গুণ করে ঃ	০+৩ ৫

শূন্য দিয়ে গুণ করার সময়, সেগুলো না লিখলেও চলে। এখানে শুধু ৩ টাই নামবে উত্তরের জায়গায়।

তাহলে দেখা গেল ৭৩-কে ৫৪ দিয়ে গুণ করলে উত্তর হচ্ছে ৩৯৪২। এইভাবে আরেকটা গুণ করে দেখিয়ে দিচ্ছি। তারপরে দু' অঙ্কের গুণক দিয়ে তিন, চার বা পাঁচ অঙ্কের গুণনীয়কে গুণ করতে শেখা হবে।

প্রথম ধাপ : ৭৮ × ৮৬

এ—দ←———
এ—দ←—

০ ০ ৭ ৮ × ৮ ৬

উত্তর : ৮

৬ দিয়ে গুণ করে : ৪ ৮ + ০

৮ দিয়ে গুণ করে : ০ + ০

তলায় দাগ দেওয়া ৮টাই শুধু নেমেছে উত্তরের জায়গায়।

দ্বিতীয় ধাপ :

এ-দ←———
এ-দ←—

০ ০ ৭ ৮ × ৮ ৬

উত্তর : ·০ ৮

৬ দিয়ে গুণ করে : ৪ ২ + ৪ ৮

৮ দিয়ে গুণ করে : ৬ ৪ + ০

তলায় দাগ দেওয়া অঙ্কগুলোর যোগফল—২ + ৪ + ৪ = ১০→·০

তৃতীয় ধাপ :

এ-দ←———
এ-দ←—

০ ০ ৭ ৮ × ৮ ৬

উত্তর : ·৫ ·০ ৮

৬ দিয়ে গুণ করে : ০ + ৪ ২

৮ দিয়ে গুণ করে : ৫ ৬ + ৪ ৮

দাগ দেওয়া অঙ্কের যোগফল = ৪ + ৬ + ৪ = ১৪

১৪ + হাতের ১ = ১৫।

চতুর্থ ধাপ :

এ-দ←———
এ-দ←—

০ ০ ৭ ৮ × ৮ ৬

৬ ·৫ ·০ ৮

৬ দিয়ে গুণ করে : ০ + ০

৮ দিয়ে গুণ করে : ০ + ৫ ৬

দাগ দেওয়া অঙ্ক ৫ + হাতের ১ = ৬।

দু' অঙ্ক দিয়ে বড় বড় গুণ ঃ

৭৮-কে ৮৬ দিয়ে গুণ না করে এবার ধরো ৪৬৭৮-কে ৮৬ দিয়ে গুণ করতে হবে। গুণনীয়ের সংখ্যা দুই, তিন, চার, পাঁচ—যাই হোক্ না কেন, একই পদ্ধতিতে গুণ করতে হবে। নীচের উদাহরণটা দেখলেই বুঝতে পারবে—

প্রথম ধাপ ঃ এ-দ←

২ ০ ৪ ৬ ৭ ৮ × ৮ ৬

উত্তর ঃ ৮

৬ দিয়ে গুণ করে ঃ ৪ ৮+০

৮ দিয়ে গুণ করে ঃ ০+০

দ্বিতীয় ধাপ ঃ এ-দ← এ-দ←

০ ০ ৪ ৬ ৭ ৮ × ৮ ৬

উত্তর ঃ ·০ ৮

৬ দিয়ে গুণ করে ঃ ৪ ২+৪ ৮

৮ দিয়ে গুণ করে ঃ ৬ ৪+০

তৃতীয় ধাপ ঃ এ-দ← এ দ←

০ ০ ৪ ৬ ৭ ৮ × ৮ ৬

উত্তর ঃ ·৩ ·০ ৮

৬ দিয়ে গুণ করে ঃ ৩ ৬+৪ ২

৮ দিয়ে গুণ করে ঃ ৫ ৬+৬ ৪

চতুর্থ ধাপ ঃ এ-দ← এ-দ←

০ ০ ৪ ৬ ৭ ৮ × ৮ ৬

উত্তর ঃ ··২ ··৩ ·০ ৮

৬ দিয়ে গুণ করে ঃ ২ ৪+৩ ৬

৮ দিয়ে গুণ করে ঃ ৪ ৮+৫ ৬

পঞ্চম ধাপ ঃ　　　এ-দ←——— এ দ←———

০ ০ ৪ ৬ ৭ ৮ × ৮ ৬

উত্তর ঃ　　·০ ¨২ ¨৩ ·০ ৮

৬ দিয়ে গুণ করে ঃ　০+২ ৪

৮ দিয়ে গুণ করে ঃ　৩ ২+৪ ৮

শেষ ধাপ ঃ　　　এ-দ←——— এ-দ←———

০ ০ ৪ ৬ ৭ ৮ × ৮ ৬

উত্তর ঃ　　৪ ·০ ¨২ ¨৩ ·০ ৮

৬ দিয়ে গুণ করে ঃ　০+০

৮ দিয়ে গুণ করে ঃ　০+৩ ২

তিন অঙ্কের সংখ্যা দিয়ে যে-কোনো গুণ ঃ

দু' অঙ্কের সংখ্যা দিয়ে গুণ করার সময় যা-যা করতে হয়েছে এখানেও তাই করতে হবে। মূল পদ্ধতিটা একই। তবে, আগে যেমন প্রতি ধাপে দু'টি যুগ্মফল বার করে সেই ফল দু'টি যোগ করতে হয়েছে, এবার তার বদলে গুণের সময় প্রতি ধাপে তিনটি করে যুগ্মফল বার করে সেই ফল তিনটিকে যোগ করতে হবে। নীচের উদাহরণটা দেখলেই ব্যাপারটা স্পষ্ট হয়ে যাবে। ধরো, ২৭৩-কে ১৫৩ দিয়ে গুণ করতে হবে। প্রথমেই গুণনীয়ের আগে তিনটে শূন্য বসিয়ে নেওয়া দরকার, কারণ এখানে গুণক একটি তিন অঙ্কের সংখ্যা। এবার ছাখো—

প্রথম ধাপ ঃ　　　এ দ←———

০ ০ ০ ২ ৭ ৩ × ১ ৫ ৩

উত্তর ঃ　　৯

৩ দিয়ে গুণ করে ঃ　০ ৯+০

১৫৩-র বাকী অঙ্ক দুটির সঙ্গে গুণনীয়ের আর কোন অঙ্ক যুক্ত হচ্ছে না, তাই ১৫৩-এর ৩-টাই শুধু হিসেবের কাজে লাগলো।

দ্বিতীয় ধাপ :

```
          এ দ←――――――――┐
            এ দ ←――┐ │
              এ দ←┐ │ │
0 0 0 ২ ৭ ৩  ×  ১ ৫ ৩
```

উত্তর : ৬ ৯

৩ দিয়ে গুণ করে : ২ ১+০ ৯

৫ দিয়ে গুণ করে : ১ ৫+০

১৫৩-র ১-এর সঙ্গে গুণনীয়ের কোনো অঙ্কের যোগ নেই।

তৃতীয় ধাপ :

```
          এ দ←――――――――┐
            এ দ←―――┐ │
              এ দ←┐ │ │
0 0 0 ২ ৭  ৩ × ১ ৫ ৩
```

উত্তর : ·৭ ৬ ৯

৩ দিয়ে গুণ করে : ০ ৬+২ ১

৫ দিয়ে গুণ করে : ৩ ৫+১ ৫

১ দিয়ে গুণ করে : ০ ৩+০

চতুর্থ ধাপ :

```
          এ দ←――――――――┐
            এ দ←―――┐ │
              এ দ←┐ │ │
0 0 0 ২ ৭ ৩ × ১ ৫ ৩
```

উত্তর : ·১ ·৭ ৬ ৯

৩ দিয়ে গুণ করে : ০+০ ৬

৫ দিয়ে গুণ করে : ১ ০+৩ ৫

১ দিয়ে গুণ করে : ০ ৭+০ ৩

পঞ্চম ধাপ :

এ দ←
এ দ←
এ দ←

০ ০ ০ ২ ৭ ৩ × ১ ৫ ৩

উত্তর : ৪ ·১ ·৭ ৬ ৯

৩ দিয়ে গুণ করে : ০+০

৫ দিয়ে গুণ করে : ০+১ ০

১ দিয়ে গুণ করে : ০ ২+০ ৭

ষষ্ঠ ধাপ :

এ দ←
এ দ←
এ দ←

০ ০ ০ ২ ৭ ৩ + ১ ৫ ৩

উত্তর : ০ ৪ ·১ ·৭ ৬ ৯

৩ দিয়ে গুণ করে : ০+০

৫ দিয়ে গুণ করে : ০+০

১ দিয়ে গুণ করে : ০+০ ২

এতক্ষণে আমরা এক অঙ্ক, দু' অঙ্ক ও তিন অঙ্ক দিয়ে গুণ করতে শিখে ফেলেছি। গুণকের অঙ্ক সংখ্যা যদি তিনের বেশীও হয়, তবু এই একই পদ্ধতিতে গুণ করা যাবে। এমনিতে মনে হতে পারে যে, এইভাবে গুণ করতে অনেক হাঙ্গামা। কত লিখতে হয়। ব্যাপারটা আসলে কিন্তু তা নয়। কিছুটা অভ্যেস করলেই দেখবে, কত তাড়াতাড়ি এবং কিছু না লিখেই একবারে গুণ করে উত্তর লিখে দিতে পারছো। এখানে গুণ করবার সময় এত কথা লেখা হয়েছে শুধু বোঝাবার জন্যে। বিশ্বাস করতে ইচ্ছে না হলেও কথাটা সত্যি যে, মাত্র সত্তর সেকেণ্ডের মধ্যে একটি ছোট্ট ছেলে ৪৫২৭৩৬৫০২৭৫-কে ৫১৩২৪৩৭২০১ দিয়ে গুণ করে ফেলেছিল। না, না, কোনো ক্যাল্‌কুলেটার যন্ত্র ব্যবহার করেনি—ঠিক এই পদ্ধতিতেই সে গুণটা করেছিল। তোমরাও অভ্যেস করলেই পারবে।

এক নজরে দ্রুত গুণ ঃ

এবার খুব সংক্ষেপে দ্রুত গুণ করার এই পদ্ধতিটার বৈশিষ্ট ও নিয়মগুলো বুঝিয়ে দিচ্ছি ঃ

(১) যুগ্মফল বার করার নিয়ম। উদাহরণস্বরূপ, ৫৩-কে ৭ দিয়ে গুণ করে যুগ্মফল পাওয়া যায়—৭

এ দ
৫ ৩ × ৭
৩৫ + ২১
৫ + ২
৭ —যুগ্মফল

(২) যুগ্মফল পদ্ধতি ব্যবহার করে যে কোন সংখ্যাকে এক অঙ্ক বিশিষ্ট গুণক দিয়ে গুণ করা যায়। যেমন—

এ দ
০ ৩ ২ ৫ ৩ × ৭
১ ৩-কে ৭ দিয়ে গুণ করলে তার গুণফলের একক স্থানের অঙ্ক ১

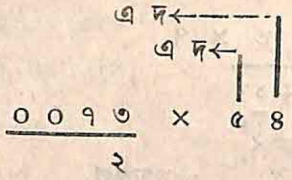
এ দ
০ ৩ ২ ৫ ৩ × ৭
৭ ১ ৫৩-কে ৭ দিয়ে গুণ করলে তার যুগ্মফল ৭

এইভাবে শেষ পর্যন্ত দেখা যাবে গুণফল বেরিয়ে পড়ছে—

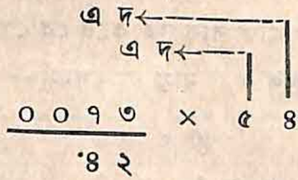
এ দ
০ ৩ ২ ৫ ৩ × ৭
২ ২ ৭ ৭ ১

(৩) এক অঙ্ক দিয়ে গুণ না করে যদি দুই বা তিন অঙ্ক দিয়ে গুণ করতে হয়, তাহলেও একই পদ্ধতি ব্যবহার করতে হয়। তবে সেখানে একটি যুগ্মফলের বদলে প্রতি ধাপে দুটি বা তিনটি বা চারটি

করে (গুণকের অঙ্কের সংখ্যা অনুযায়ী) যুগ্মফল বেরোবে। এই যুগ্ম-ফলগুলি যোগ করে গুণফলের এক একটি অঙ্ক পাওয়া যায়। এই যুগ্মফলগুলি আসলে 'ভেতরের জোড়া' 'মধ্যের জোড়া' ও 'বাইরের জোড়া' থেকে পাওয়া যায় এবং গুণক ও গুণনীয়ের বাইরের প্রান্ত থেকে শুরু করে ক্রমশঃ এই দুটি সংখ্যার মাঝের দিকে এগিয়ে যেতে হয়। যেমন—

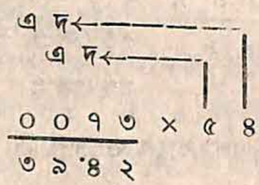


তারপর,



এই ১৪টা পাওয়া গেছে ৮, ১ ও ৫ যোগ করে। ৮, ১ ও ৫ এসেছে—২৮, ১২ ও ১৫ থেকে।

এই ভাবেই ধাপে ধাপে এগিয়ে শেষ পর্যন্ত দেখা যাবে—



সব সময় মনে রাখবে, গুণের সময় জোড়ায় জোড়ায় এই যে 'এ দ' লেখা হচ্ছে তার মধ্যে সবচেয়ে বাঁ দিকের 'এ দ' লেখার 'এ'-টা বসবে গুণফলের অঙ্কটার ঠিক মাথার ওপরে। তার মানে, এবার হিসেব করলে গুণফলের যে-অঙ্কটা বেরোবে এবং সেটা যেখানে বসবে, ঠিক তার মাথার ওপর।

অভ্যেস করার জন্যে

মুখে মুখে নীচের অঙ্কগুলোর যুগ্মফল বার করো।

(১) ৬৭ × ৭ (২) ৫৬ × ৪ (৩) ৯৪ × ৮

গুণফলের প্রতিটি অঙ্কের জন্য যুগ্মফল-বার করে নীচের গুণগুলো করো।

(৪) ৫৬ × ৪ (৫) ৮২ × ৮ (৬) ৩৯৪৫ × ৬

যুগ্মফল, 'ভেতরের জোড়া' ও 'বাইরের জোড়া'র সাহায্যে নীচের গুণগুলি করো।

(৭) ৯৫ × ৬৪ (৮) ৮৩ × ৪৫ (৯) ৩৪৫৬ × ৮৬

উত্তর : (১) ৬ (২) ২ (৩) ৫ (৪) ২২৪ (৫) ৬৫৬ (৬) ২৩৬৭০ (৭) ৬০৮০ (৮) ৩৭৩৫ (৯) ২৯৭,২১৬

একটা গুণ ঠিক হল কিনা সেটা খুব চট করে মেলাবার একটা খুব সহজ নিয়ম আছে। যে-কোনো সময় সেটা কাজে লাগতে পারে। নিয়মটা শেখাবার আগে একটা শব্দের সঙ্গে পরিচয় করিয়ে দেওয়া দরকার। শব্দটা হল—অঙ্ক-সমষ্টি।

অঙ্ক-সমষ্টি: তোমরা জানো যে কোনো সংখ্যা এক বা একাধিক অঙ্ক দ্বারা গঠিত। যেমন ধরো ১২৩ এই সংখ্যাটা গঠিত হয়েছে তিনটি অঙ্ক দিয়ে—১, ২ ও ৩। এই তিনটি অঙ্ককে যদি যোগ করা হয় তাহলে আমরা ১২৩-এর অঙ্ক-সমষ্টি পাবো। তার মানে, ১২৩-এর অঙ্ক-সমষ্টি→১+২+৩=৬

আরেকটি সংখ্যা ধরা যাক। ৫৬৭৮৯-এর অঙ্ক-সমষ্টি কত হবে?

৫৬৭৮৯→৫+৬+৭+৮+৯=৩৫

৫৬৭৮৯-এর অঙ্কগুলো যোগ করে পাওয়া গেছে ৩৫, এইটাই অঙ্ক-সমষ্টি। এখনো কিন্তু কাজ শেষ হয়নি। অঙ্ক-সমষ্টি সব সময় এক অঙ্কের সংখ্যা হবে। ৩৫ দুই অঙ্কের সংখ্যা। তাই ৩৫-এর ৩ ও ৫-কে আবার আমরা আগের মতো যোগ করব। তাহলে ব্যাপারটা শেষ পর্যন্ত এইরকম দাঁড়াচ্ছে—

অঙ্ক-সমষ্টি—৫৬৭৮৯→৫+৬+৭+৮+৯=৩৫→৩+৫→<u>৮</u>

আরেকটা সংখ্যার অঙ্ক-সমষ্টি বার করে দেখিয়ে দিচ্ছি—

অঙ্ক-সমষ্টি—৯৮৭৮৯৬৫→৯+৮+৭+৮+৯+৬+৫=
৫২→৫+২=<u>৭</u>

গুণফল মেলাবার সময় আমাদের এই রকম তিনটি করে অঙ্ক-সমষ্টি বার করতে হবে। গুণনীয়, গুণক ও গুণফল—প্রত্যেকটি সংখ্যার জন্যে একটি করে অঙ্ক-সমষ্টি। যেমন ধরা যাক, ২০৪-কে ৩১ দিয়ে গুণ করে গুণফল হল ৬৩২৪—

		অঙ্ক-সমষ্টি
গুণনীয়	২০৪→	২+০+৪=৬
গুণক	৩১→	৩+১=৪
গুণফল	৬৩২৪→	৬+৩+২+৪=১৫→১+৫=৬

এবার গুণ মেলাবার নিয়মটা বলি। গুণ যদি ঠিক হয় তাহলে গুণনীয় ও গুণকের অঙ্ক-সমষ্টি দুটো গুণ করে যে গুণফল পাওয়া যাবে তার অঙ্ক সমষ্টি ও মূল গুণফলের অঙ্ক-সমষ্টি এক হতে হবে।

এবার ওপরের উদাহরণের দিকে তাকালে বোঝা যাবে, প্রথমে গুণনীয়ের অঙ্ক-সমষ্টি ৬-কে গুণকের অঙ্ক-সমষ্টি ৪ দিয়ে গুণ করে তার অঙ্ক সমষ্টি বার করতে হবে—৬ × ৪ = ২৪→২ + ৪ = ৬

অঙ্ক-সমষ্টি দুটির গুণফল ২৪ এর অঙ্ক-সমষ্টি ৬ এবং মূল গুণফলের অঙ্ক-সমষ্টিও ৬। তার মানে গুণ করতে কোনো ভুল হয়নি।

নীচে কয়েকটা গুণ মিলিয়ে দেখিয়ে দিচ্ছি—

৭৩ × ৫৪ = ৩৯৪২

গুণনীয় ৭৩→৭ + ৩ = ১০→১ + ০ = ১
গুণক ৫৪→ ৫ + ৪ = ৯
অঙ্ক-সমষ্টির গুণফল ৯

গুণফল ৩৯৪২→৩ + ৯ + ৪ + ২ = ১৮→১ + ৮ = ৯. গুণ ঠিক হয়েছে।

৪১৩৩ × ২১২ = ৮৭৬২৯৬

গুণনীয় ৪১৩৩→৪ + ১ + ৩ + ৩ = ১১→১ + ১ = ২
গুণক ২১২→ ২ + ১ + ২ = ৫
অঙ্ক-সমষ্টির গুণফল ১০→১ + ০→১

গুণফল ৮৭৬২৯৬→৮ + ৭ + ৬ + ২ + ৯ + ৬ = ৩৮→৩ + ৮ = ১১→১ + ১ = ২

অঙ্ক সমষ্টি দুটো মিলছে না, তাই গুণ করতে ভুল হয়েছে।

৩৪১ × ৬৩ = ২১৪৮৩

গুণনীয় ৩৪১→ ৩ + ৪ + ১ = ৮
গুণক ৬৩→ ৬ + ৩ = ৯
অঙ্ক-সমষ্টির গুণফল ৭২→৭ + ২ = ৯

গুণফল ২১৪৮৩→২ + ১ + ৪ + ৮ + ৩ = ১৮→১ + ৮ = ৯

গুণ ঠিক হয়েছে।

বেশ কিছুদিন পরে সুদেষ্ণার বাড়ি এসেছি। বাড়িতে ঢুকে তো ভেবেছিলাম কেউ নেই। কারণ সুদেষ্ণা বাড়িতে থাকলে ওর মা-র গলার সাড়া পাওয়া যাবে না এমন অভিজ্ঞতা আমার কোনদিন হয়নি। গেল গেল—ভ্যাখো ভ্যাখো—কী হচ্ছেটা কী—এই ধরনের কত রকম যে শব্দ হতে পারে কোন ব্যাকরণ বইয়েতেই তার পুরো হিসেব পাওয়া যাবে না। সুদেষ্ণার সঙ্গে তার মা-র যখন আলাপ চলে সেই সময় হাজির হতে না পারলে কেউ কোনদিন জানতেও পারবে না এই ছোট্ট ছোট্ট শব্দগুলো কত গুরুত্বপূর্ণ।

যাইহোক, ঘরে ঢুকে অবাক হয়ে গেলাম। সুদেষ্ণা টেবিলে মুখ গুঁজে বসে আছে। এমন অবেলায় লেখাপড়া নিয়ে বসবে ভাবতেও পারা যায় না। নিশ্চয় টেনিদা পড়ছে! কোন সাড়া না দিয়ে পিছনে গিয়ে দাঁড়ালাম। নাঃ মেয়েটা সত্যি অবাক করল। কাগজ পেন্সিল নিয়ে বসেছে। শুধু তাই নয়, অঙ্ক কষছে।

—কি ব্যাপার! অঙ্কে এত মতি কেন?

—কে? ও—তুমি! ভ্যাখো না—একগাদা অঙ্ক দিয়েছে। গুণ করতে করতে প্রাণ বেরিয়ে গেল। ক্ষেত্রফল আর ক্ষেত্রফল। বর্গক্ষেত্রের নিকুচি!

—কি বললে? বর্গক্ষেত্র বার করছো? দাঁড়াও দাঁড়াও। বর্গ বার করার কয়েকটা সোজা নিয়ম আছে। কতকগুলো অঙ্ক দেখবে খুব চট করে হয়ে যাচ্ছে।

—তাই নাকি। বেশ তো, শিখিয়ে দাওনা।

—ধরো, দু'অঙ্কের এমন একটা সংখ্যার বর্গ বার করতে হবে যার শেষ অঙ্কটা পাঁচ। যেমন পঁচিশ বা পঁয়ত্রিশ বা—পঁয়তাল্লিশ—

পঞ্চান্ন—এই রকম ধরনের সংখ্যাগুলোর বর্গ তুমি মুখে মুখে বার করে দিতে পারবে। ধরো পঁয়ত্রিশকে বর্গ করবে। মানে পঁয়ত্রিশকে পঁয়ত্রিশ দিয়ে গুণ।

দু' অঙ্কের সংখ্যা যার শেষ অঙ্ক ৫

—এইরকম সংখ্যার বর্গ বার করার সময় উত্তরের প্রথম দুটো অঙ্ক হবে ২৫। একেবারে চোখ বুজে বলে দিতে পারো। সংখ্যাটা ৩৫ হোক কি ৫৫—বর্গটির প্রথম দু'টি অঙ্ক হবে ২৫। এবার উত্তরের শেষ দু' অঙ্ক কি করে বার করবে বলছি। যে সংখ্যাটার বর্গ বার করছো তার দ্বিতীয় অঙ্কটাকে ধরো। যেমন আমরা ৪৫-এর বর্গ বার করছি, তাই ৪৫-এর দ্বিতীয় অঙ্ক ৪-কে ধরবো। এবার এই ৪-এর পরের অঙ্কটা, মানে ৫ দিয়ে ৪-কে গুণ করো। কত হলো ?

—কুড়ি।

—ব্যস্ ৪৫-এর বর্গ বেরিয়ে গেছে। দুই, শূন্য, দুই, পাঁচ। মানে ২০২৫। নিয়মটা বুঝতে পেরেছো তো ? আচ্ছা, বলতো ৭৫-এর বর্গ কত হবে ?

সুদেষ্ণা মাথা চুলকোতে চুলকোতে বলল, প্রথমে নামল পঁচিশ। তারপর ৭৫-এর সাতকে, সাতের পরের অঙ্ক ৮ দিয়ে গুণ করে হল—ছাপ্পান্ন। তার মানে ৭৫ এর বর্গ দাঁড়াল ছাপান্ন-পঁচিশ। পাঁচ, ছয়, দুই, পাঁচ—পাঁচহাজার ছ'শো পঁচিশ। ঠিক হয়েছে ?

—হ্যাঁ।

সুদেষ্ণা একটা পেন্সিল তুলে কাগজে নিয়মটা লিখে রাখল—

দু' অঙ্কের কোন সংখ্যার শেষে যদি ৫ থাকে তাহলে তার বর্গ বার করার নিয়ম—উত্তরের প্রথম দু'টো অঙ্ক হবে ২৫। তারপর সংখ্যার প্রথম অঙ্ককে, ওই অঙ্কের পরবর্তী অঙ্ক দিয়ে গুণ করে পাওয়া যাবে উত্তরের শেষ দুটো অঙ্ক।

৮৫-এর বর্গ $=৮৫^২$

প্রথম ধাপ ঃ

$$\begin{array}{cc} ৮ & ৫ \\ & \downarrow \\ & ২৫ \end{array}$$

দ্বিতীয় ধাপ ঃ

$$\begin{array}{cc} ৮ & ৫ \\ \swarrow & | \\ (৮ \times ৯) & \downarrow \\ \hline ৭২ & ২৫ \end{array}$$

উত্তর ঃ ৭২ ২৫

৯৫-এর বর্গ $=৯৫^২$

প্রথম ধাপ ঃ

$$\begin{array}{cc} ৯ & ৫ \\ & \downarrow \\ & ২৫ \end{array}$$

দ্বিতীয় ধাপ ঃ

$$\begin{array}{cc} ৯ & ৫ \\ \swarrow & | \\ (৯ \times ১০) & \downarrow \\ \hline ৯০ & ২৫ \end{array}$$

উত্তর ঃ ৯০ ২৫

দু' অঙ্কের সংখ্যা যার প্রথম অঙ্ক ৫

সুদেষ্ণা মুখ তুলে তাকাতেই বুঝলাম এবার আরো কিছু এই ধরনের সোজা নিয়ম শিখিয়ে দিতে হবে। বললাম, এবার দু'অঙ্কের এমন সব সংখ্যার বর্গ বার করার নিয়ম শিখিয়ে দেবো যার প্রথম অঙ্কটা পাঁচ। যেমন ৫১, ৫২, ৫৩ ইত্যাদি। খুব সোজা নিয়ম। যে সংখ্যাটার বর্গ বার করছো তার প্রথম অঙ্কটার বর্গ বার করে লিখে ফেলো। যেমন ৫২ র প্রথম অঙ্ক ২। ২-এর বর্গ ৪। ৪টা হচ্ছে উত্তরের প্রথম দুটো অঙ্কের একটা। একটা কথা সব সময় মনে রাখবে। এই যে বর্গ বার করলে এটা যদি এক অঙ্কের হয়, যেমন এখানে হয়েছে ৪, তাহলে উত্তরের জায়গায় লেখবার সময় এটার আগে একটা শূন্য বসিয়ে নিতে হবে। বুঝেছ? তার মানে ৫২-এর বর্গ বার করবার প্রথম ধাপ হল, ২-কে বর্গ করে ৪ পাওয়া, আর এই ৪-এর আগে একটা শূন্য বসিয়ে নিয়ে লেখা—০৪—

—তারপর? সুদেষ্ণা অধৈর্য হয়ে পড়েছে বোধ হয়।

—তারপর ২৫-এর সঙ্গে এই সংখ্যাটার প্রথম অঙ্ক যোগ করো। তার মানে এখানে ২৫-এর সঙ্গে যোগ করবে ২,যেটা ৫২-এর প্রথম অঙ্ক।

সুদেষ্ণা বলল—তাহলে সাতাশ হল।

—হ্যাঁ। সাতশটাকে বসিয়ে দাও ০৪-এর আগে। গুণফল বেরিয়ে পড়েছে।

—তার মানে দুই, সাত, শূন্য, চার (২৭০৪) উত্তর হল ?

—গুণ করে মিলিয়ে দ্যাখো।

সুদেষ্ণা গুণ করে বলল, মিলেছে।

—দাও তো তোমার কাগজ পেন্সিলটা। খুব সোজা করে লিখে দিই নিয়মটা।

দু' অঙ্কের কোন সংখ্যার প্রথমে যদি পাঁচ থাকে তাহলে তার বর্গ বার করবার সময়, প্রথম অঙ্কটির বর্গকে উত্তরের প্রথমে দু'অঙ্কের স্থানে বসাতে হবে। তারপর ২৫-এর সঙ্গে সংখ্যার প্রথম অঙ্কটিকে যোগ করে যা পাওয়া যাবে, সেটি বসাতে হবে উত্তরে শেষ দুই অঙ্কের স্থানে। এবার ৫৩-এর বর্গ বার করে দেখিয়ে দিচ্ছি।

$\underline{৫৩^২}$

প্রথম ধাপ : ৫ ৩ → ০৯

দ্বিতীয় ধাপ : ৫ ৩ → (২৫ + ৩)

উত্তর : ২৮ ০৯

$\underline{৫৯^২}$

প্রথম ধাপ : ৫ ৯ → ৮১

দ্বিতীয় ধাপ : ৫ ৯ → (২৫ + ৯)

উত্তর : ৩৪ ৮১

তিন অঙ্কের সংখ্যা যার শেষ দুটি অঙ্ক ৫৫

দু'অঙ্কের বিশেষ কটা সংখ্যার বর্গ বার করার নিয়ম শিখেছো তো, এবার তিন অঙ্কের এমন সব সংখ্যার বর্গ বার করার নিয়ম বলে দিচ্ছি যার শেষ দুটো অঙ্ক ৫৫। যেমন ধরো ৬৫৫-এর বর্গ বার করতে হবে। প্রথমেই লিখে নাও ০২৫। এটা হল উত্তরের প্রথম তিনটে অঙ্ক। উত্তরের পরের অঙ্কটা পাবে ৬৫৫-এর ৬-এর সঙ্গে তিন যোগ করে। তার মানে ৯। ৯টা বসিয়ে নাও ০২৫-এর আগে। তার মানে দাঁড়াল—৯০২৫। এবার উত্তরের শেষ দুটো অঙ্ক। এদুটো পাওয়া যাবে ৬৫৫ এর ৬-কে, ৬-এর পরের অঙ্ক ৭ দিয়ে গুণ করে। ছ-সাত্তে বিয়াল্লিশ। ৪২ টাকে এবার উত্তরের একেবারে শেষ দুটো অঙ্ক হিসেবে বসিয়ে নাও। তাহলে উত্তর দাঁড়াল—৪২৯২৫। এবার ভাল করে লিখে দিচ্ছি, যাতে বুঝতে একটুও অসুবিধে হবে না।

৬ ৫ ৫

(৬ × ৭) (৬ + ৩)

৪২ ৯ ০২৫

—আরেকটা বর্গ করে দেখিয়ে দাও না। সুদেষ্ণা বায়না ধরল।

—বেশ, ৮৫৫ আর ৯৫৫-এর বর্গ টা বার করে দিচ্ছি।

৮ ৫ ৫

(৮ × ৯ = ৭২, ৭২-র সঙ্গে হাতের ১ যোগ করে ৭৩) (৮ + ৩ = ১১, ১১ র ১ নেমেছে হাতে আছে ১)

৭৩ (১) ১ ০২৫

উত্তর : ৭৩১০২৫

$$\begin{array}{ccc} & ৯ & ৫\ ৫ \\ \left(\begin{array}{c} ৯ \times ১০ = ৯০ + \\ \text{হাতের } ১ = ৯১ \end{array}\right) & \left(\begin{array}{c} ৯ + ৩ =, ১২\text{-র } ২ \text{ নেমেছে,} \\ \text{হাতে আছে } ১ \end{array}\right) & \downarrow \\ & (১) & \\ ৯১ & ২ & ০২৫ \end{array}$$

উত্তর : ৯১২০২৫

—আচ্ছা সুদেষ্ণা, ৮৫৫ আর ৯৫৫-এর বর্গ করার সময় একটা নতুন জিনিস লক্ষ্য করেছো কি ?

—হ্যাঁ, উত্তরের মাঝখানের অঙ্কটা থেকে হাতের এক পরের অঙ্কটায় যোগ হয়েছে।

তিন অঙ্কের সংখ্যা, যার প্রথম দুটি অ ৫৫

এবার তোমাকে তিন অঙ্ক বিশিষ্ট এমন সব সংখ্যার বর্গ বার করায় সহজ নিয়ম শিখিয়ে দেবো যার প্রথম দুটো অঙ্ক পাঁচ। মানে—৫৫১, ৫৫২, ৫৫৩ ইত্যাদি। মুখে বলার চেয়ে লিখে দেখালে বুঝতে সুবিধে হবে। চেয়ারটা আমার পাশে টেনে নাও। আমি কি লিখছি শুধু লক্ষ্য করে যাও। ধরো, আমরা ৫৫২-র বর্গ বার করবো।

প্রথম ধাপ : ৫ ৫ ২
↓
(২-এর বর্গ করে)
০৪

দ্বিতীয় ধাপ : ৫ ৫ ২
(২-এর সঙ্গে ৫ যোগ করে) ↓
৭ ০৪

তৃতীয় ধাপ : ৫ ৫ ২
(২ এর সঙ্গে ২ যোগ) (২ + ৫) ↓
৪ ৭ ০৪

চতুর্থ ধাপ :　　৫　　৫　　২

(তিরিশ বসবে) (২ + ২) (২ + ৫)

৩০　　৪　　৭　　০৪

উত্তর

এবার আরেকটা উদাহরণ দিচ্ছি। ৫৫৭-এর বর্গ।

প্রথম ধাপ :　　৫　　৫　　৭

৭-এর বর্গ

৪৯

দ্বিতীয় ধাপ :　　৫　　৫　　৭

৭-এর সঙ্গে ৫ যোগ করে ১২
১২-র ২ নেমেছে হাতে আছে ১

(১)
২　　৪৯

তৃতীয় ধাপ :　　৫　　৫　　৭

৭-এর সঙ্গে ২ যোগ করে ৯,
৯-এর সঙ্গে হাতের ১ যোগ
করে ১০, ১০-র ০ নেমেছে,
হাতে আছে ১

(১)　　(১)
০　　২　　৪৯

চতুর্থ ধাপ :　　৫　　৫　　৭

৩০ + হাতের ১ = ৩১

(১) (১)
৩১　　০　　২　　৪৯

উত্তর

যে-কোন দুই অঙ্কের সংখ্যার বর্গ

ধরা যাক $৩৪^{২}$ বা ৩৪-এর বর্গ বার করতে হবে। সংক্ষেপে হিসেব করার নিয়মটা ধাপে ধাপে দেখিয়ে দিচ্ছি—

প্রথম ধাপ : প্রথমে $৩৪^{২}$ লিখে তার তলায় একটা দাগ টেনে দাও। এবার ৩৪-এর প্রথম অঙ্ক ৪-এর বর্গ (৪ × ৪) বার করে $৩৪^{২}$-এর নীচে লেখো—

$$\frac{৩\ \ \underline{৪}^{২}}{১৬} \qquad \text{যেহেতু, } ৪ \times ৪ = ১৬$$

দ্বিতীয় ধাপ : ৩৪-এর অঙ্ক দুটি, অর্থাৎ ৩ ও ৪-এর গুণফলকে দ্বিগুণ করে ৩-এর তলায় লেখো—

$$\frac{\underline{৩}\ \ \underline{৪}^{২}}{২৪\ \ ১৬} \qquad \text{যেহেতু, } (৩ \times ৪) \times ২ = ২৪$$

তৃতীয় ধাপ : ৩৪-এর প্রথম অঙ্কটির বর্গ বার করো—

$$\frac{\underline{৩}\ \ ৪^{২}}{০৯\ \ ২৪\ \ ১৬}$$

এখন দেখা যাচ্ছে তিন জোড়া সংখ্যা পাওয়া গেছে—০৯, ২৪ ও ১৬। এই সংখ্যাগুলোর মধ্যে কয়েকটাকে এবার কাছাকাছি জড়ো করে যোগ দিয়ে নিতে হবে এইভাবে—

০৯→←২৪→←১৬

১৬-র ১-এর সঙ্গে ২৪-এর ৪ ও ২৪-এর ২-এর সঙ্গে ০৯-এর ৯ যোগ করতে হবে। সেই মতোই বন্ধনী বসানো হয়েছে—
০(৯ + ২)(৪ + ১)৬

এবার বন্ধনীর মধ্যের অঙ্কগুলো যোগ করা দরকার। ৪ ও ১ যোগ করে ৫ নামছে আর ৯ ও ২ যোগ করে ১১-র ১ নামছে, হাতে থাকছে ১ (ফুটকি)

০ ˙১ ৫ ৬

এবার হাতের ১টাকে বাঁ পাশের অঙ্কের সঙ্গে যোগ করলেই বর্গ বেরিয়ে পড়বে—

০ ˙১ ৫ ৬→১ ১ ৫ ৬

আরো দু' তিনটে বর্গ করে দেখিয়ে দিচ্ছি, যাতে বুঝতে আর কোনো অসুবিধা না থাকে।

৪৩²

প্রথম ধাপ : ৪ ৩

০৯ যেহেতু, ৩ × ৩ = ৯

দ্বিতীয় ধাপ : ৪ ৩

২৪ ০৯ যেহেতু, (৪ × ৩) × ২ = ২৪

তৃতীয় ধাপ : ৪ ৩

১(৬ ২)(৪ ০)৯ যেহেতু, ৪ × ৪ = ১৬

১(৬ + ২)(৪ + ০)৯

↓ |

উত্তর : ১ ৮ ৪ ৯ যেহেতু, ৪ + ০ = ৪, ৬ + ২ = ৮

৮৯²

৮ ৯

৬(৪ ১৪)(৪ ৮)১

| |

৬ ˙৮ ˙২ ১

উত্তর : ৭ ৯ ২ ১

তিন অঙ্কের সংখ্যার বর্গ

তিন অঙ্কের একটা সংখ্যার বর্গ করার জন্যে একটু অন্যরকম ভাবে হিসেব করতে হয়। ৪৬২-কে বর্গ করে সেইটাই দেখিয়ে দিচ্ছি।

প্রথম ধাপ : প্রথমে ৪৬২-এর প্রথম অঙ্কটার কথা ভুলে যাও। তাহলে পড়ে থাকবে—৬২। আগের মতোই ৬২ র বর্গটা প্রথমে বার করে নাও।

৪ ৬ ২

৩(৬ ২)(৪ ০) ৪

মাঝের সংখ্যা জড় করে ↓ ↓

ও যোগ দিয়ে : ৩ ৮ ৪ ৪

দ্বিতীয় ধাপ : এবার ৪৬২-এর দু পাশের অঙ্ক দুটোর গুণফলের দ্বিগুণ বার করতে হবে। তার মানে—(৪ × ২) × ২ = ১৬

এবার প্রথম ধাপের উত্তরের বাঁ দিকের অঙ্ক দুটির সঙ্গে এই ১৬টাকে যোগ দিতে হবে। তার মানে—

	৪	৬	২
৩	৮	৪	৪
১	৬		
৫	৪	৪	৪

তৃতীয় ধাপ : এবার ৪৬২-এর ২-এর কথা ভুলে যাও। তার মানে রইল—৪৬। দু' অঙ্কের সংখ্যার বর্গ বার করার মতোই এবার ৪৬-এর বর্গ বার করতে হবে। তবে তারমধ্যে ৬-এর বর্গটা বার করার দরকার নেই।

		৪	৬		২
১৬	৪৮	৫	৪	৪	৪
২˙	১	৩˙	৪	৪	৪

যেহেতু, (৪ × ৬) × ২ = ২৪

৪ × ৪ = ১৬

যেহেতু, ৮ + ৫ = ১৩-র ৩ নেমেছে, হাতে আছে ১

৬ + ৪ = ১০ + হাতের ১ = ১১

১১-র নেমেছে, হাতে আছে ১

হাতের ১-এর সঙ্গে ১ যোগ করে—২।

পুরো ব্যাপারটা আরেকবার বুঝিয়ে বলি। প্রথমে ডান দিকের অঙ্ক দুটোর বর্গ বার করতে হবে। তারপর দু'প্রান্তের অঙ্ক দুটির গুণফলের দ্বিগুণকে যোগ করতে হবে প্রথম উত্তরের বাঁ দিকের অঙ্ক দুটোর সঙ্গে। এরপর বাঁ দিকের অঙ্ক দুটোর বর্গ বার করতে হবে

(ডান দিকের অঙ্কটার বর্গ বাদ দিয়ে)। কয়েকটা সংখ্যার বর্গ বার করে দেখিয়ে দিচ্ছি নীচে—

৩২৫²

৩ ২ ৫

০৪ ২০ ২৫ ←২৫-এর বর্গ

০ ৬ ২৫ ←জড় করে

৩ ০ ←৩ × ৫ × ২ = ৩০

৩ ৬ ২৫ ←যোগ করে

০৯ ১২ ৩ ৬ ২৫ ←৩২² (২² বাদে)

উত্তর : ১ ০ ৫ ৬ ২৫ ←জড় করে

২২৩²

২ ২ ৩

০৪ ১২ ০৯ ←২৩²

০৫ ২ ৯ ←জড় করে ও যোগ করে

১২ ←২ × ৩ × ২ = ১২

১৭ ২৯

০৪ ০৮ ১৭ ২৯ ←২২² (২² বাদে)

৪ ৯ ৭ ২৯ ←জড় করে ও যোগ করে

৩৭২²

৩ ৭ ২

৪৯ ২৮ ০৪— ৭২²

৫ ১ ৮ ৪— জড় ও যোগ করে

১ ২ — ২ × ২ × ২ = ১২

৬ ৩ ৮ ৪

০৯ ৪২ ৬ ৩ ৮ ৪— ৩৭² (৭² বাদে)

১ ৩ ৮ ৩ ৮ ৪— জড় ও যোগ করে